

№ 3 171

3 1/2 3 44/80

89 9287



Les forces centrales

dans

la Nature

Библиотека
Краљ. Срп.
Државне Штампарије

par

G. M. Stanoïévitch

Professeur à l'Université de Belgrade,
Ancien élève de l'Observatoire de Meudon



Библиотека
Краљ. Срп.
Државне Штампарије



Belgrade

Impression et édition de l'Imprimerie d'Etat du Royaume de Serbie
1906.

N^o 171

3449/8^o

ID=218369287

Les forces centrales

dans

la Nature



par

G. M. Stanoïévitch

Professeur à l'Université de Belgrade,
Ancien élève de l'Observatoire de Meudon



Belgrade

Impression et édition de l'Imprimerie d'Etat du Royaume de Serbie
1906.

УДК 517.51

Р. И. Б. № 20.409

Les forces centrales

par

la Nature

G. M. Stanojević

Professeur à l'Université de Belgrade,
ancien élève de l'Université de Vienne



Belgrade

Impression et édition de l'imprimerie d'Etat du Royaume de Serbie

1904

Библиотека
Краљ. Срп.
Државне Штампарије

A mon illustre Maître

M. J. Janssen

Membre de l' Institut

Directeur de l'Observatoire d'Astronomie Physique de Paris (à Meudon)

Hommage de mon respectueux et reconnaissant dévouement

G. M. Stanoïévitch



Chapitre I. — La Force et le Travail

Première partie

Notions générales

$$F = ma$$

$$R = \sum P_i$$



I. La Force et travail

Force centrale. — Parmi les forces que nous rencontrons dans la nature, celles, dont l'action dépend du carré de la distance, sont spécialement importantes. Ces forces sont appelées *forces centrales*, et la nature nous en fournit beaucoup d'exemples. Ainsi, l'attraction qui s'exerce entre le Soleil, et la Terre, entre la Terre et la Lune, ainsi qu'entre le Soleil et les autres planètes, est une force toujours dirigée vers les centres de ces corps; cette force varie proportionnellement aux masses et en raison inverse du carré de la distance des centres d'attraction. C'est une *force centrale*. De même, l'attraction ou répulsion qui s'exerce entre deux masses électriques ou magnétiques, suit les mêmes lois et appartient par conséquent à la catégorie des forces centrales. Nous verrons dans la suite, quelles sont encore les forces qui peuvent être considérées comme forces centrales.

On démontre en mécanique, qu'une force quelconque F , est représentée par la quantité d'accélération a , qu'elle peut imprimer à une certaine masse m . On peut par conséquent écrire:

$$F = am.$$

Une force est complètement déterminée: 1° par son *point d'application*, 2° par sa *direction*, 3° par son *sens*, 4° par son *intensité*.

Résultante de plusieurs forces. — Si deux ou plusieurs forces $F_1, F_2, F_3, \dots, F_n$ — appelées *composantes* — agissent sur un point M , et ont une même direction (quoique leurs sens puissent être différents), on peut remplacer toutes ces forces par une seule — appelée *résultante* R , dont la valeur sera représentée par la somme algébrique des composantes. On peut par conséquent écrire:

$$R = \Sigma (F).$$

Si deux forces, agissant sur un même point M n'ont pas une même direction, mais si leurs directions forment un angle α , elles peuvent être

remplacées par une résultante déterminée par la règle du *parallélogramme des forces*. En construisant sur les deux forces F_1 et F_2 un parallélogramme, la diagonale de ce parallélogramme représente en grandeur et en sens la résultante des deux forces. La valeur numérique de la résultante R , est donnée par la formule :

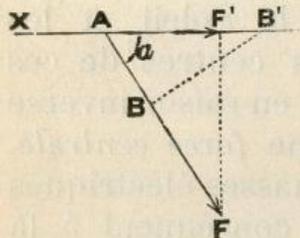
$$R = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2 F_1 F_2 \cos \alpha}.$$

Inversement, il est possible de *décomposer* une force en deux autres, qui auront le même point d'application que la force donnée, en formant les deux côtés d'un parallélogramme dont la force donnée sera la diagonale. Dans le cas de décomposition d'une force il est nécessaire de fixer à l'avance ou les directions de deux composantes, ou leur grandeur ou enfin la direction et grandeur d'une des composantes.

Chaque composante pouvant être décomposée à son tour, le nombre des composantes ainsi que leurs directions et grandeurs peuvent être très variables.

Travail d'une force. — Quand une force $F = AF$ (fig. 1.) constante en grandeur et en direction, agit sur un corps et que le point d'application A de cette force traverse un chemin S suivant une droite XY dont la direction fait avec la direction de la force un angle α , alors le produit :

$$T = FS \cos \alpha.$$



(Fig. 1.)

est appelé le *travail de la force F sur le chemin S* .

En cherchant la projection AB du chemin $AB' = S$ sur la direction de la force ou en trouvant la projection AF' de la force AF sur la direction du chemin parcouru, on peut représenter le travail dont il s'agit, encore par les formules suivantes :

$$T = AB \cdot AF = AB' \cdot AF'$$

les valeurs AB et AF' étant définies par les relations: $AB = S \cos \alpha$ et $AF' = F \cos \alpha$. On peut par conséquent dire, que dans ce cas, le *travail d'une force F sur son chemin S a pour expression le produit de cette force par la projection du chemin sur la direction de la force, ou bien le produit de l'espace franchi par la projection de la force sur la direction du mouvement*.

Si l'angle $\alpha = 0$, c'est-à-dire, si le point d'application se déplace dans le sens de l'action de la force, on trouve que le *travail est égal au produit de la force par le chemin parcouru*. ($T = FS$). Au contraire si $\alpha = 90^\circ$, et $\cos \alpha = 0$, le travail est nul. Ainsi *une force perpendiculaire ou normale au déplacement de son point d'application, n'accomplit aucun travail*. On dit aussi que le *travail des forces normales est nul*.

Tant que l'angle α reste plus petit que 90° , son cosinus étant positif, le travail produit par la force est *positif* ou *moteur*. Pour les variations de α de 90° à 180° , cosinus est négatif, et par conséquent le travail T est aussi *négatif* ou *résistant*.

Etant donné que le travail est déterminé par le produit de deux grandeurs linéaires, on peut représenter le travail graphiquement par une aire. Car si l'on construit un rectangle $ABCD$ (fig. 2.) dont les cotés sont la force AD et la projection AB du chemin, on aura le travail équivalent à la surface de ce rectangle.

Dans le cas précédent, la force a été *constante*; il arrive pourtant, que l'intensité de la force prend des valeurs différentes le long du chemin parcouru. On dit alors que c'est une *force variable*.

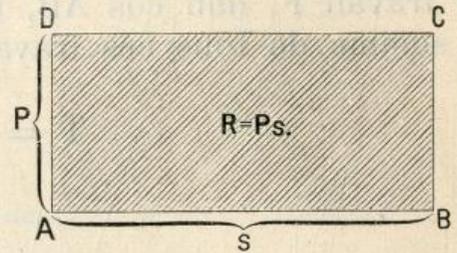
Pendant le chemin AB (fig. 3.), la valeur initiale de la force a été AA' et passant par les valeurs différentes représentées par la courbe $A'EDGB'$, a pris au bout du chemin la valeur BB' . Dans ce cas encore le travail sera représenté par la surface limitée par la longueur du chemin (AB), par les valeurs extrêmes, de la force (AA' et BB') et par la courbe ($A'OB'$) représentant les variations de la force. Ce même travail peut être représenté par la surface du rectangle $ABST$ dont les cotés sont: le chemin AB et l'*intensité moyenne* AS de la force variable.

Travail d'une force centrale. — Supposons qu'un point mobile A se trouve dans un plan passant par A (fig. 4) à une certaine distance du centre attirant. La force F , concentrée dans ce centre tend à déplacer ce point normalement au plan et au bout d'un certain temps le ramène par le chemin AB dans le plan CD , parallèle au premier. Le travail de la force est évidemment $T = F \cdot AB = F \cdot S$. Or le déplacement du point A du premier plan dans le second peut être fait aussi par le chemin incliné AC ou enfin par un chemin quelconque, tel par exemple que celui représenté par la courbe AD . Il s'agit de voir quelle sera la valeur du travail dans ces différents cas.

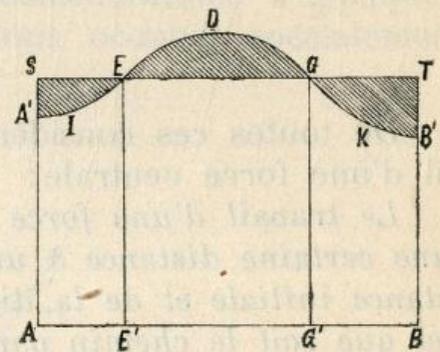
Si le déplacement du point A se fait par le chemin incliné AC , faisant l'angle α avec la direction de la force, le travail sera donné par la formule:

$$T = F \cdot AC \cdot \cos \alpha = F \cdot AB = FS.$$

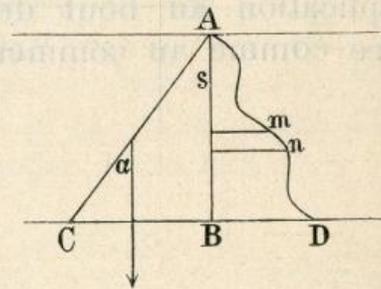
Le travail exécuté par la force F sur le chemin curviligne AD sera déterminé de la façon suivante: Considérons le point mobile au moment du parcours



(Fig. 2.)



(Fig. 3.)



(Fig. 4.)

d'une très petite, partie mn de ce chemin, cette partie pouvant être considérée comme une petite portion de droite inclinée sous l'angle β (AB, mn). Le travail élémentaire sur ce chemin est donné par le produit de la force F et la projection du chemin $mn \cos \beta = mn \cos (AB, mn)$. En supposant que tout le chemin AD soit divisé en de très petites parties semblables à mn , et que nous déterminions tous les travaux élémentaires semblables au travail $F, (mn \cos AB, mn)$, nous trouverons le travail total en faisant la somme de tous ces travaux élémentaires:

$$\begin{aligned} T &= \Sigma [F. mn. \cos (MN, ab)] \\ &= F. \Sigma [mn. \cos MN, ab] \end{aligned}$$

Il faut par conséquent multiplier la force par la somme de toutes les projections des chemins élémentaires sur la direction AB de cette force, or cette somme n'est autre chose que la longueur AB elle-même et par conséquent

$$T = F. AB = FS.$$

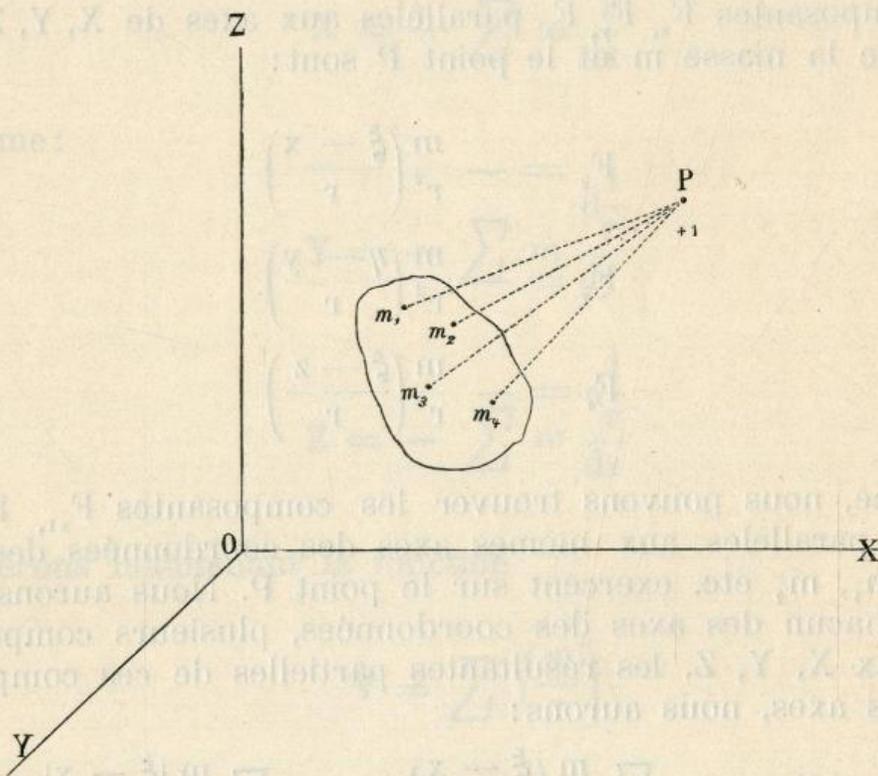
De toutes ces considérations, il résulte le théorème suivant sur le travail d'une force centrale:

Le travail d'une force centrale, dont le point d'application se déplace d'une certaine distance à une autre distance du centre, ne dépend que de la distance initiale et de la distance finale de ce point d'application au centre quel que soit le chemin parcouru. Puisque les forces centrales peuvent être attractives ou répulsives le travail de ces forces peut être aussi négatif ou positif. Quand la distance entre le centre et le point mobile croît, le travail est considéré positif, dans les cas des forces répulsives; au contraire, quand cette distance décroît, le travail est positif en cas des forces attractives.

Si dans un déplacement exécuté par n'importe quel chemin le point d'application au bout de son voyage se trouve à la même distance du centre comme au commencement, le travail total est nul.

II. Potentiel

Fonction potentielle et le potentiel. — Les considérations précédentes sur les forces et le travail, peuvent être appliquées sans aucune spécification partout où il s'agit de l'action des forces en général ou des travaux qu'elles produisent. Il va sans dire, que ces considérations s'appliquent aussi aux forces centrales dont nous allons nous occuper spécialement.



(Fig. 5.)

Pourtant pour l'étude de ces dernières forces il est nécessaire d'introduire une nouvelle conception, celle du *potentiel*, dont on a fait de si heureuses applications à la théorie de l'Electricité, du Magnétisme et de la Gravitation universelle.

Considérons en effet un point P (fig. 5.) dans lequel se trouve une masse d'électricité positive égale à l'unité et soumise à l'action de plusieurs

masses m, m_1, m_2, m_3, \dots distribuées d'une manière quelconque à des distances r, r_1, r_2, r_3, \dots . Les actions attractives ou répulsives qui s'exercent entre les différentes masses m et le point P sont représentées par des formules:

$$F_1 = -\frac{m_1}{r_1^2}; F_2 = -\frac{m_2}{r_2^2}; F_3 = -\frac{m_3}{r_3^2} \dots$$

Considérons d'abord l'action de la masse m_1 et du point P . Désignons par x, y, z , les coordonnées du point P rapportées à trois axes rectangulaires X, Y, Z , et par ξ, η, ζ celles de la masse m ; par ξ_1, η_1, ζ_1 celles de la masse m_1 etc. La distance $mP = r$ ainsi que les cosinus de ses angles α, β, γ sont donnés par les relations suivantes:

$$r = (\xi - x)^2 + (\eta - y)^2 + (\zeta - z)^2$$

$$\cos \alpha = \frac{\xi - x}{r}; \cos \beta = \frac{\eta - y}{r}, \cos \gamma = \frac{\zeta - z}{r}.$$

Les composantes F_x, F_y, F_z parallèles aux axes de X, Y, Z , de la force exercée entre la masse m et le point P sont:

$$F_x = -\frac{m}{r^2} \left(\frac{\xi - x}{r} \right)$$

$$F_y = -\frac{m}{r^2} \left(\frac{\eta - y}{r} \right)$$

$$F_z = -\frac{m}{r^2} \left(\frac{\zeta - z}{r} \right)$$

De même, nous pouvons trouver les composantes $F_{x1}, F_{y1}, F_{z1}; F_{x2}, F_{y2}, F_{z2}$ etc. parallèles aux mêmes axes des coordonnées des forces que les masses m_1, m_2 etc. exercent sur le point P . Nous aurons dans la direction de chacun des axes des coordonnées, plusieurs composantes et en désignant par X, Y, Z , les résultantes partielles de ces composantes suivant les trois axes, nous aurons:

$$X = -\sum \frac{m}{r^2} \left(\frac{\xi - x}{r} \right) = -\sum \frac{m (\xi - x)}{r^3}$$

$$Y = -\sum \frac{m}{r^2} \left(\frac{\eta - y}{r} \right) = -\sum \frac{m (\eta - y)}{r^3}$$

$$Z = -\sum \frac{m}{r^2} \left(\frac{\zeta - z}{r} \right) = -\sum \frac{m (\zeta - z)}{r^3}$$

Nous avons indiqué tout à l'heure que les distances r, r_1, r_2, \dots , sont une fonction des coordonnées x, y, z du point P tandis que les composantes X, Y, Z , sont des fonctions des trois variables indépendantes de x, y, z . On peut par conséquent remplacer les trois sommes de X, Y, Z , par une seule somme. En différentiant l'équation de r par rapport à la variable de x on obtient :

$$r \frac{dr}{dx} = - (\xi - x); \quad \frac{dr}{dx} = - \left(\frac{\xi - x}{r} \right)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{r} = - \frac{1}{r^2} \frac{dr}{dx} = \frac{\xi - x}{r^3}$$

En remplaçant cette valeur pour $\frac{\xi - x}{r^3}$ on a :

$$X = - \sum m \frac{d}{dx} \frac{1}{r}$$

De même :

$$Y = - \sum m \frac{d}{dy} \frac{1}{r}$$

$$Z = - \sum m \frac{d}{dz} \frac{1}{r}$$

Considérons maintenant la fonction

$$v = \sum \left(\frac{m}{r} \right)$$

étendue à toutes les masses agissantes qui est aussi une fonction des coordonnées x, y, z du point P. Il est évident que la différentiation de cette fonction par rapport à x, y et z , nous donnera des valeurs qui par leurs grandeurs absolues seront identiques à celles obtenues pour les composantes X, Y, Z . Nous aurons par conséquent :

$$\frac{dV}{dx} = \sum m \frac{d\frac{1}{r}}{dx} = -X$$

$$\frac{dV}{dy} = \sum m \frac{d\frac{1}{r}}{dy} = -Y$$

$$\frac{dV}{dz} = \sum m \frac{d\frac{1}{r}}{dz} = -Z.$$

Ou enfin :

$$X = - \frac{dV}{dx}$$

$$Y = - \frac{dV}{dy}$$

$$Z = - \frac{dV}{dz}$$

Il est évident que toutes ces considérations sont applicables à toutes les forces qui varient suivant la loi de Newton et de Coulomb par exemple la gravitation, et les forces électriques et magnétiques. Les propriétés remarquables de la fonction V pour l'étude de ces forces ont été signalées pour la première fois par Laplace dans sa Mécanique céleste; seulement plus tard elles ont été appliquées par Poisson¹⁾ en électricité. Plus tard encore et indépendamment, Green²⁾ montra tout le parti que l'on peut tirer de cette fonction dans l'étude de l'électricité et du magnétisme et la désigna sous le nom de *fonction potentielle*. Gauss³⁾ a donné à cette fonction le nom de *potentiel*. Quoique Clausius⁴⁾ ait conservé la dénomination de Green, la plupart des électriciens modernes entre autres M. Mascart⁵⁾ appellent potentiel la fonction V .

Potentiel et travail. — Nous allons examiner, quelles autres significations peut avoir cette fonction V . Pour cela considérons un point électrique P , dont l'action s'exerce dans toutes les directions dans l'espace désigné par le nom de *champ électrique*. Supposons, que dans ce champ

¹⁾ Mémoires de l'Institut 1811.

²⁾ An essay of the applicat. of math. analysis to the theory of Electr. aut Magnet, 1828, plus tard 1871.

³⁾ Theoria attractionis etc.

⁴⁾ Die Potentialfunction und das Potential.

⁵⁾ Traité d'électricité statique I.

se trouve un autre point électrique p , lequel, sous l'action attractive ou répulsive du point P , peut se déplacer d'une façon quelconque. Parmi tous ces déplacements nous considérerons celui, par lequel ce point p changera sa distance, par rapport au point P dans une direction n ; si ce déplacement est dn , la force exercée sur l'unité d'électricité dans la direction n sera $-\frac{dV}{dn}$ et cette force agira soit dans le sens du déplacement soit dans le sens contraire.

Sitôt que le point p dans son déplacement change sa distance au point P , une force agit dans la direction du mouvement et par conséquent il y a production de travail: ce travail sera produit par les forces électriques si le déplacement se fait sous l'action de ces forces ou il sera effectué par une force mécanique extérieure, si le point se déplace contre l'action de forces électriques. C'est en même temps le travail des forces centrales dont nous nous sommes occupés tout à l'heure.

D'après la loi de Newton, $\frac{m}{r^2}$ est une force; si cette force déplace la masse m dans la direction de r d'une grandeur dr , le produit $\frac{m}{r^2} dr$ est le travail positif ou négatif de cette force sur le chemin dr . Si ce déplacement se fait à partir de la distance r jusqu'à l'infini nous aurons:

$$\int_r^{\infty} \frac{m}{r^2} dr = \frac{m}{r}.$$

qui n'est autre chose que le *travail total* nécessaire pour déplacer une masse m sous l'action de la force $\frac{m}{r^2}$ de la distance r à l'infini, (ou de l'infini jusqu'à la distance r). Par conséquent V , qui est égal à la somme de $\frac{m}{r}$, est le travail nécessaire pour toutes les masses considérées.

Supposons maintenant que le déplacement du point considéré se fasse d'un endroit, A_1 par exemple, où la valeur du potentiel est V_1 jusqu'à l'endroit A_2 dont la valeur du potentiel est V_2 . A l'endroit A_1 agit sur l'unité de l'électricité et dans la direction n , une force $-\frac{dV}{dn}$ pour le déplacement dn ; à cette distance dn de V_1 la valeur du potentiel est de $V_1 + dV_1$. Le travail élémentaire dT , que l'unité de l'électricité produit en se déplaçant de A_1 jusqu'à $V_1 + dV_1$ est donné par:

$$dT = -\frac{dV}{dn} dn$$

et le travail nécessaire pour le déplacement de A_1 à A_2 :

$$T = - \int_{v_1}^{v_2} \frac{dV}{dn} dn = - (V_2 - V_1) = V_1 - V_2.$$

Il s'en suit que le travail produit ne dépend que des valeurs initiales et finales du potentiel dans les deux distances considérées et non du chemin que le point mobile a parcouru pour passer de l'endroit où le potentiel a la valeur V_1 à l'endroit où sa valeur est de V_2 . Par conséquent, si un point électrique se déplace dans un champs de n'importe quelle façon, le travail accompli par ce déplacement ne dépend que des valeurs des potentiels initiales et finales. Dans le cas, où le point considéré, reviendrait à sa position de départ, la somme de tous les travaux accomplis sera nulle.

En jetant un coup d'oeil sur la formule précédente on voit que le travail T sera positif si $V_1 > V_2$; dans le cas contraire il sera négatif, c'est-à-dire que le travail doit être produit par des forces extérieures qui agiront contre les forces électriques. Une charge électrique positive en se déplaçant librement sera dirigée du côté où le potentiel diminue.

L'expression $T = V_1 - V_2$ indique que la masse électrique concentrée au point mobile considéré a une valeur $+1$; il s'en suit que la différence de potentiels entre deux endroits n'est autre chose, que le travail produit par l'unité d'électricité positive en passant de la 1^{ère} position à la 2^e. En faisant $V_2 = 0$, c'est-à-dire en supposant la seconde position à une distance infinie de toutes les masses agissantes, nous aurons :

$$T = V_1.$$

d'où le théorème suivant: *Le potentiel d'un endroit est déterminé par le travail accompli par l'unité d'électricité positive pendant son déplacement du point considéré jusqu' à l'infini, ou en d'autres termes: par le travail que nous devrions accomplir pour ramener l'unité d'électricité positive de l'infini jusqu'au point considéré.*

III. Champs des forces centrales

Définition et l'intensité du champ. — On appelle en général *champ d'une force centrale* toute région de l'espace telle, que si l'on y introduit une masse quelconque, cette masse soit soumise à l'action de la force considérée. Ce champ peut-être *champ de gravitation, champ électrique, champ magnétique* etc, si la masse dont il s'agit est soumise à l'action de ces forces spéciales. Nous supposons seulement que l'introduction de cette masse, qui sert à étudier le champ, n'y apporte aucune perturbation.

En supposant que nous ayons à faire, par exemple, à un champ électrique, la masse introduite dans ce champ peut-être positive ou négative. Si la charge électrique de la masse considérée est positive et égale à m , et si nous désignons par H l'intensité du champ où se trouve la masse m , nous aurons la force f donnée par la relation :

$$f = m H.$$

Supposons que $m = 1$: alors $f = H$. *L'intensité du champ* (H) est la force à laquelle est soumise l'unité d'électricité. En faisant encore $f = 1$, on trouve que l'unité de champ sera un champ tel que, agissant sur un point chargé d'une quantité d'électricité égale à $+1$, la force exercée soit égale à l'unité ou à une dyne.

Lignes de force; flux de force. — On appelle *ligne de force*, la trajectoire d'une masse mobile soumise à l'action d'une force dans le champ correspondant quand cette masse se déplace sous l'action des forces considérées. Si la force agissante se trouve isolée dans l'espace, les lignes de force qui traversent son champ sont des droites, lesquelles, en forme de rayons sont dirigées dans toutes les directions. Si au contraire dans le champ d'une force, existent encore d'autres forces agissantes, les lignes de force sont des courbes plus ou moins compliquées.

Considérons un élément de surface ds traversé normalement par une force F_n ; on peut supposer que le long de cette force une sorte de courant traverse cet élément de surface, comme le ferait un courant liquide sous une certaine pression. En considérant en effet la force F_n comme une sorte de pression et en la multipliant par l'élément de surface

ds nous aurons le produit $F_n ds$ de la surface par la force normale (ou par la composante normale de la force si la force n'est pas normale à la surface) est appelé *flux de force* correspondant à l'élément ds . S'il s'agit de trouver le flux de force pour toute la surface dont ds n'est qu'un élément, on aura

$$\int F_n ds = \Phi.$$

La considération des surfaces fermées, a conduit à donner un signe au flux de force. Ainsi par exemple, le flux de force est *positif* quand la force est dirigé en dehors de la surface; il est au contraire *négalif* quand la force est dirigée vers l'intérieur de la surface. C'est à Faraday¹⁾ que l'on doit l'introduction dans la Science de l'idée de lignes de force et de flux de force. Le physicien anglais a désigné le flux de force par le nom de *nombre de lignes de force*, et c'est seulement plus tard qu'on a remplacé cette dénomination par le nom de flux de force.

Le nombre des lignes de force, par unité de surface traversée peut servir à évaluer l'intensité du champ. On trouve en effet, que l'intensité du champ (en un certain endroit mesuré en grandeurs absolues) est égal au nombre de lignes de force qui traversent normalement l'unité de surface. Il est évident que la densité des lignes de force dans un certain champ, peut donner une idée exacte de l'intensité de ce champ. Il s'en suit, que les lignes de force représentent non seulement par leur direction la direction du champ, mais aussi par leur densité son intensité en différents points considérés. En un mot, l'ensemble des lignes de force représente complètement un champ.

Si dans un champ, les lignes de force sont parallèles, ce champ est dit *uniforme* ou *homogène*. Un champ pareil peut-être obtenu par des combinaisons spéciales. Dans un champ, produit par une force ou un pôle isolé ou peut considérer que très loin de ce pôle, les lignes de force sont parallèles, de même façon à peu près que pour les rayons d'une source lumineuse, quand l'observateur est très éloigné de la source. Le champ dont les lignes de force ne sont pas parallèles est nommé *hétérogène*.

Surfaces équipotentielles. — Le potentiel dans un certain point d'un champ et à la distance ρ est donné par la relation

$$V_\rho = \frac{m}{\rho}$$

dont la valeur ne dépend que de m et ρ . Pour les points d'une sphère ayant pour centre la force agissante, ρ a la même valeur, par conséquent le potentiel aussi. Une telle surface pour laquelle

$$V = \text{const.}$$

¹⁾ Experimental Researches in Electricity.

est nommée *surface équipotentielle*, *surface isopotentielle* ou *surface de niveau*. Il est facile de voir en effet, que *sur une surface équipotentielle*, la force est en tout point normale à la surface. Car nous venons de dire, que la condition essentielle, d'une surface équipotentielle est $V = \text{const.}$ ou $\frac{dV}{ds} = 0$, si par s nous désignons une direction qui se confond avec la surface même. Il s'en suit que les lignes de force doivent traverser les surfaces de niveau normalement, car s'il en était autrement une composante de la force aurait existé dans la surface même, ce qui est contraire à la définition des surfaces équipotentielles par laquelle cette composante $\frac{dV}{ds}$ est nulle.

Si une masse quelconque se meut sur une surface de niveau, elle n'accomplit aucun travail, la force étant toujours normale au déplacement. Il y aura du travail seulement dans le cas où une masse passera d'une surface équipotentielle dans une autre quel que soit le chemin parcouru.

Les surfaces équipotentielles sont donc des surfaces d'équilibre; de là leur nom de surfaces de niveau.

Deux surfaces équipotentielles correspondant à des potentiels différents ne peuvent jamais se couper, puisque en chaque point il ne peut y avoir qu'une seule valeur du potentiel. Au contraire une même surface équipotentielle peut se couper elle-même de différentes façons. Les lignes de section sont donc des lignes d'équilibre.

Si la masse agissante ou un pôle se trouve isolé dans l'espace, la force dans chaque point du champ étant complètement déterminée par sa grandeur et direction, il ne peut passer par chaque point du champ qu'une seule ligne de force et par conséquent qu'une seule surface de niveau. Il s'en suit, que dans ce cas, ni les lignes de force ni les surfaces équipotentielles ne peuvent se couper. Toutes les surfaces de niveau sont dès lors des sphères concentriques et les lignes de force, comme nous l'avons déjà vu, les rayons divergents.

S'il s'agit de lignes de force et de surfaces équipotentielles de différentes masses agissantes, les lignes de force ainsi que les surfaces équipotentielles de même valeur peuvent se rencontrer et se couper.



L. Le champ tellurique.

Deuxième partie

Applications

I. Le champ tellurique

La pesanteur. — Nous trouvons une première application des lois sur les forces centrales, que nous venons d'exposer, dans l'attraction de la terre. Pour pouvoir faire l'application dans tous ses détails nous allons faire trois hypothèses, qui en réalité ne se vérifient pas rigoureusement, mais qui ne peuvent changer sensiblement nos résultats. Nous supposons donc, 1) que la terre est une sphère complète dont le rayon a $637 \cdot 10^{4*}$ m., 2) que l'accélération de la terre est pour tous les points de sa surface la même, et égale à 981 cm. et 3) que la terre est une masse attirante isolée dans l'espace.

Ceci posé, on définit le champ tellurique: *toute région de l'espace qui entoure notre terre et dans lequel si l'on introduit un point matériel, ce point soit soumis à l'attraction de la terre.*

Chaque corps pesant abandonné à lui-même tombera sur le sol, par ce qu'il suit la force centrale de la terre nommée *pesanteur*. Quelle que soit la nature du corps, si la chute se fait librement, ce corps, suivra dans sa chute une certaine direction à laquelle on a donné le nom de *direction verticale*. Cette direction n'est autre chose qu'une *ligne de force* du champ tellurique. Et puisque sur tous les points de la surface terrestre la chute des corps se fait dans la direction verticale, il s'en suit, que les lignes de force du champ tellurique sont des droites qui suffisamment prolongées arrivent jusqu'au centre de la terre.

Puisque nous avons supposé que la terre est une masse isolée dans l'espace, les surfaces équipotentiellles sont des sphères concentriques dont le centre commun est le centre de la terre. Chaque surface de l'eau tranquille est une surface équipotentielle ou surface de niveau. Quant au rapport entre les lignes de force telluriques et les surfaces de niveau, on voit que ces lignes traversent chaque surface de niveau normalement.

Il va sans dire, que toutes les lois déjà développées à propos des lignes de force et des surfaces équipotentiellles, s'appliquent ici. Ainsi par

*) Rayon d'une sphère ayant le même volume que la Terre est d'après M. Faye 6,371.103 m.

exemple, un corps pesant, ne produit aucun travail en se déplaçant dans la même surface de niveau. De même le travail qu'il produit en passant d'une surface dans une autre, ne dépend que des distances de ces deux niveaux et non du chemin parcouru.

Désignons par ρ le rayon de la sphère terrestre et par r le rayon de la surface de niveau sur laquelle se trouve une masse de 1 kilogr. La force f , par laquelle cette masse est attirée vers le centre de la terre, est représentée en kilogrammes par la relation :

$$f = \frac{\rho^2}{r^2}.$$

Cette relation multipliée par $10^3.981$ nous donne cette force :

$$f = \frac{\rho^2}{r^2} 10^3.981$$

représentée en dynes.

En discutant cette expression pour la force attractive de la terre on trouve, par exemple, que pour $r = 60 \rho$ (c'est-à-dire à la surface de niveau où se trouve la lune) cette force est de 272.5 dynes. De même pour trouver la surface de niveau à laquelle cette force est diminuée de 1 dyne on arrive à 3.25 mètres. En général le travail nécessaire pour élever un kilogramme d'une surface de niveau R_1 à une autre R_2 est donné en mètres-kilogrammes par l'équation :

$$T = \rho^2 \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \rho^2 (V_1 - V_2)$$

En supposant que R_2 devient ∞ on trouve le travail nécessaire pour porter un kilogramme de la surface de la terre en dehors de l'attraction terrestre

$$T_m = \frac{\rho^2}{R_1} = 637 \cdot 10^4 \text{ m. k.}$$

Chute du potentiel. — Désignons par V_a et V_b les valeurs des potentiels en deux différents points A et B du champ tellurique; la différence $V_a - V_b$ représente le travail nécessaire pour porter l'unité de masse du niveau dont la valeur est V_a au niveau de la valeur V_b . Si ces deux points A et B dont la distance est AB sont deux points voisins on peut former la relation suivante :

$$\frac{V_a - V_b}{AB}$$

qu'on appelle *chute du potentiel* et qui a une signification analogue avec la chute d'une rivière ou chute d'eau. Cette relation signifie ici le

travail mécanique nécessaire pour déplacer un kilogramme de un mètre dans la direction de A vers B.

Si les deux points A et B se trouvent dans la même verticale, la chute du potentiel n'est autre chose que l'unité de travail (un mètre-kilogramme pour une masse de 1 kilogramme.) Si l'on exprime cette chute du potentiel dans le système CGS, (puisque un gramme égale 981 dynes) ou aura 981 unités CGS. (ergs).

Il résulte de toutes ces considérations que la chute du potentiel tellurique est équivalente à l'attraction.

Il a été dit tout à l'heure que la surface de l'eau tranquille est une surface équipotentielle tellurique et elle est considérée comme une surface horizontale plane. Il s'en suit, que les lignes de force telluriques ou les verticales sur une partie peu étendue de la surface de la terre, sont des lignes parallèles. Tout cela indique que le champ tellurique à n'importe quel endroit de la surface de la terre peut être considéré comme un champ homogène.



II. Le champ magnétique

La loi de Coulomb. — Sans nous occuper des méthodes par lesquelles on produit le magnétisme, constatons simplement que nous avons deux sortes de magnétisme, concentré dans des *pôles* dont un a reçu le nom de pôle *nord* et l'autre de pôle *sud*. Pour les barreaux aimantés ordinaires, ces pôles se trouvent près de leurs extrémités.

On sait aussi que les pôles de noms contraires s'attirent et que deux pôles de mêmes noms se repoussent. Coulomb a cherché à déterminer les lois de ces attractions et de répulsions, sans s'occuper des causes qui les produisent. Il a employé pour cela la *balance de torsion*.

Nous ne décrirons pas ces expériences dont on trouve la description dans les *Traité de Physique*, ni les difficultés qu'on rencontre en les exécutant. Nous dirons seulement que les résultats de ces expériences nous ont donné la loi suivante, appelée loi de Coulomb :

Les attractions ou répulsions entre les pôles isolés correspondants, sont proportionnelles aux masses magnétiques et varient en raison inverse du carré de leur distance.

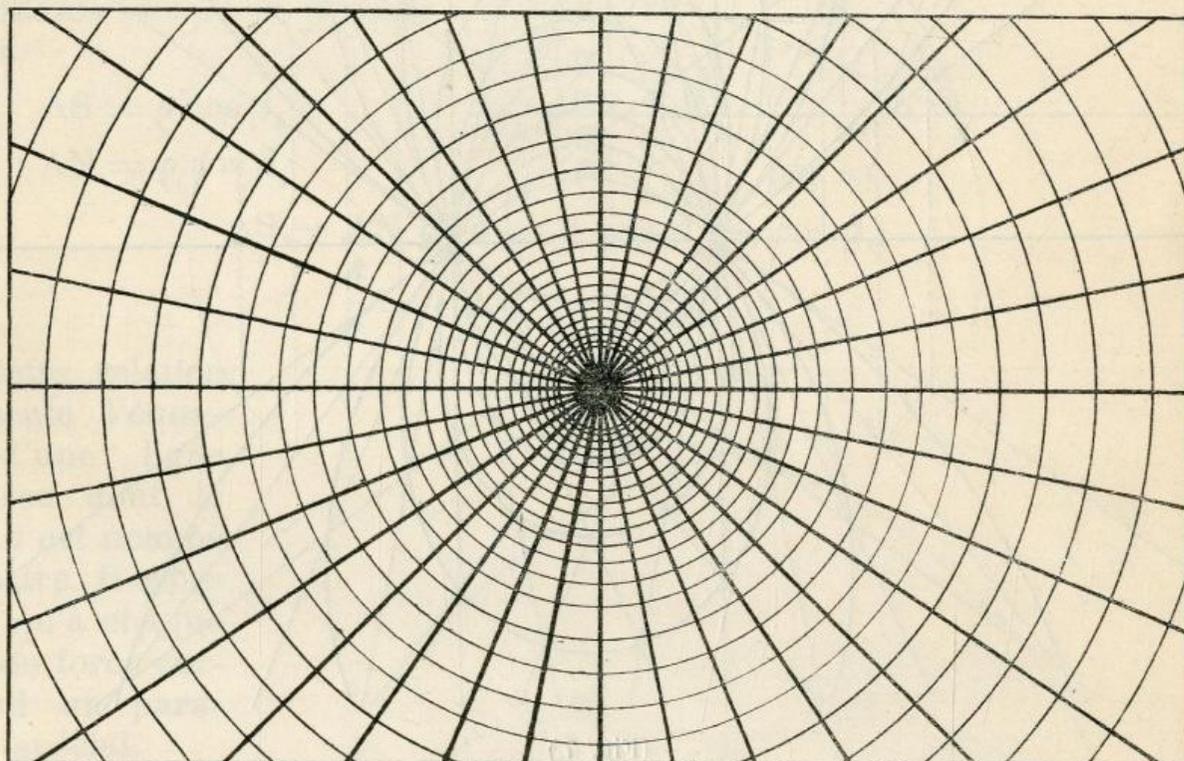
Champ magnétique d'un pôle isolé. — Quoique dans chaque aimant nous ayons toujours les deux pôles, on peut, en prenant des dispositions spéciales considérer et étudier le champ d'un seul pôle magnétique. On trouve alors que ce pôle isolé ainsi que son champ possèdent les mêmes propriétés que nous avons déjà étudiées en considérant une masse isolée quelconque.

Supposons en effet un pôle magnétique de masse μ isolée ; le nombre de lignes de force, qui sortira de ce pôle en forme de rayons sera aussi représenté par μ . Si nous décrivons une sphère autour de la masse μ comme centre, avec le rayon égal à l'unité, le μ lignes de force traverseront en μ points la sphère dont la surface est de 4π . Sur l'unité de surface nous aurons par conséquent $\frac{\mu}{4\pi}$ lignes. Et puisque en n'importe quel point de la sphère considérée, la valeur de la force agissante (sur l'unité de pôle qui se trouve sur la sphère) est égale à μ on voit que cette force

est égale au nombre de lignes de force qui traversent normalement l'unité de surface multiplié par 4π .

Décrivons maintenant autour du point μ une sphère avec le rayon R ; nous aurons le nombre de lignes de force par l'unité de surface égal à $\frac{\mu}{4\pi R^2}$; et la force, (étant d'après la loi de Coulomb $= \frac{\mu}{R^2}$), est encore égale au nombre de lignes de force qui traversent normalement l'unité de surface multiplié par 4π . On voit aussi que ce nombre de lignes de force par unité de surface diminue avec le carré de distance, d'où l'on conclut ici encore, que l'intensité de la force est proportionnelle au nombre de lignes de force qui traversent normalement l'unité de surface considérée.

Les lignes de force étant des rayons dans un champ magnétique d'un pôle isolé, les surfaces équipotentiellles seront évidemment des sphères concentriques décrites autour de ce pôle comme centre. (fig. 6.).



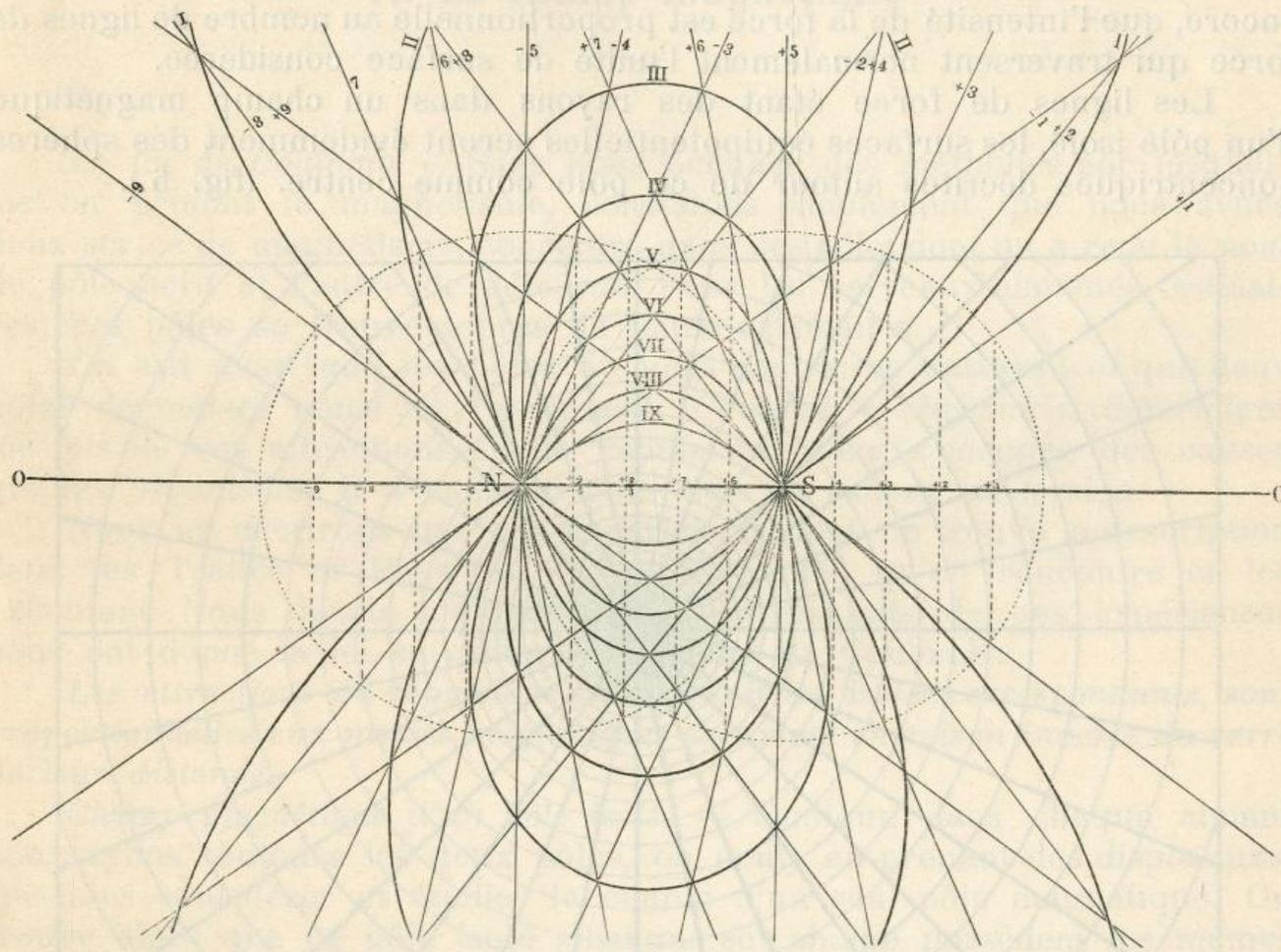
(Fig. 6.)

Champ magnétique d'un aimant. — Il a été dit tout-à-l'heure qu'un aimant ordinaire possède à chaque extrémité un pôle dont un est le pôle nord et l'autre le pôle sud. En d'autres termes nous avons affaire ici à deux pôles de noms contraires.

Dans ce cas spécial, le champ magnétique n'aura plus de rayons droits pour lignes de force comme dans le cas d'un pôle isolé et ses surfaces équipotentiellles ne seront pas non plus des sphères concentriques.

Les lignes de force ainsi que les surfaces équipotentielles sont maintenant des courbes plus ou moins compliquées dont nous allons chercher la nature ainsi que le mode de construction.

Occupons-nous d'abord des lignes de force. Considérons deux pôles N et S (fig. 7) de même masses magnétiques $+\mu$ et $-\mu$ mais de signes contraires. Nous construirons autour de chaque pôle un certain nombre de lignes de force comme si ces pôles étaient isolés; désignons les lignes du pôle sud par $+1, +2, +3\dots$ tandis que celles du pôle nord par $-1, -2, -3\dots$. Nous voyons que les lignes de force d'un pôle sont coupées par les lignes de force de l'autre et nous chercherons les points pour



(Fig. 7.)

lesquels la différence des numéros est la même. Ainsi, par exemple, nous trouverons les points de section de ligne 9 et $-5 = 4$; 8 et $-4 = 4$, $+7$ et $-3 = 4$ etc. par lesquels nous ferons passer une courbe N, IV, S qui n'est autre chose qu'une ligne de force. De même façon nous trouverons toutes les lignes de force de ce champ.

D'après cette méthode due à Maxwell¹⁾, on peut dessiner toutes les lignes de force de deux pôles magnétiques. Elles seront d'autant plus

¹⁾ Maxwell. — Treatise on Electricity and Magnetisme.

exactes que le nombre de rayons sera plus grand. Cette méthode coïncide avec celle indiquée par Roget¹⁾ et d'après laquelle, la différence des cosinus des angles que font les lignes menées d'un point quelconque d'une ligne de force magnétique avec les deux pôles considérés est une grandeur constante. Considérons en effet deux pôles N et S (fig. 8.) et avec un rayon par exemple $NN' = SS'$ décrivons autour de chaque pôle un arc de cercle entre lesquels nous tirerons une série de lignes toutes perpendiculaires à la ligne de jonction NS. En joignant les points avec les pôles correspondants nous obtenons des points d'intersection d'une ligne de force NKM' . En désignant les angles correspondants par β_1 et β_2 nous aurons:

$$AS = \rho \cos \beta_2$$

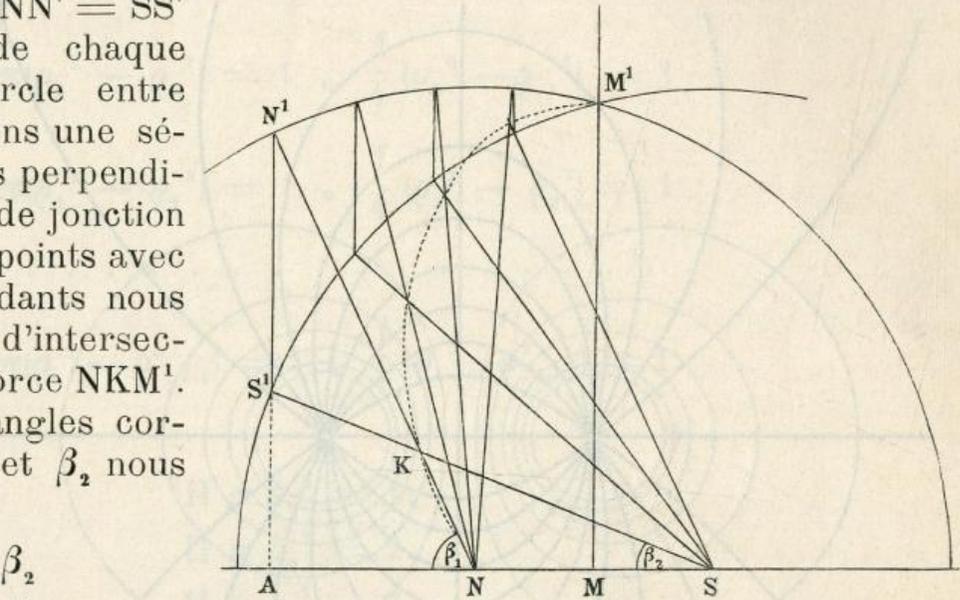
$$AN = \rho \cos \beta_1$$

$$AS - AN = \delta = \rho (\cos \beta_2 - \cos \beta_1)$$

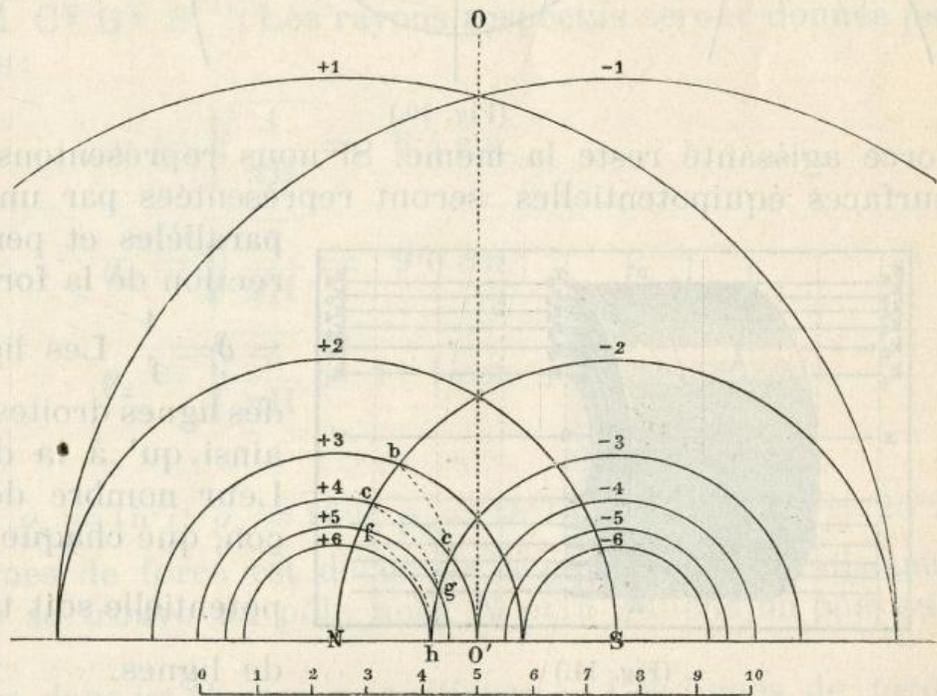
$$\frac{\delta}{\rho} = \cos \beta_2 - \cos \beta_1$$

Cette relation représente l'équation d'une ligne de force dont le rayon ρ est nommé paramètre. Il est évident qu'à chaque ligne de force correspond un paramètre spécial.

Pour construire les surfaces équipotentiels de deux pôles magnétiques de noms contraires, considérons deux points magnétiques N et S de po-



(Fig. 8.)

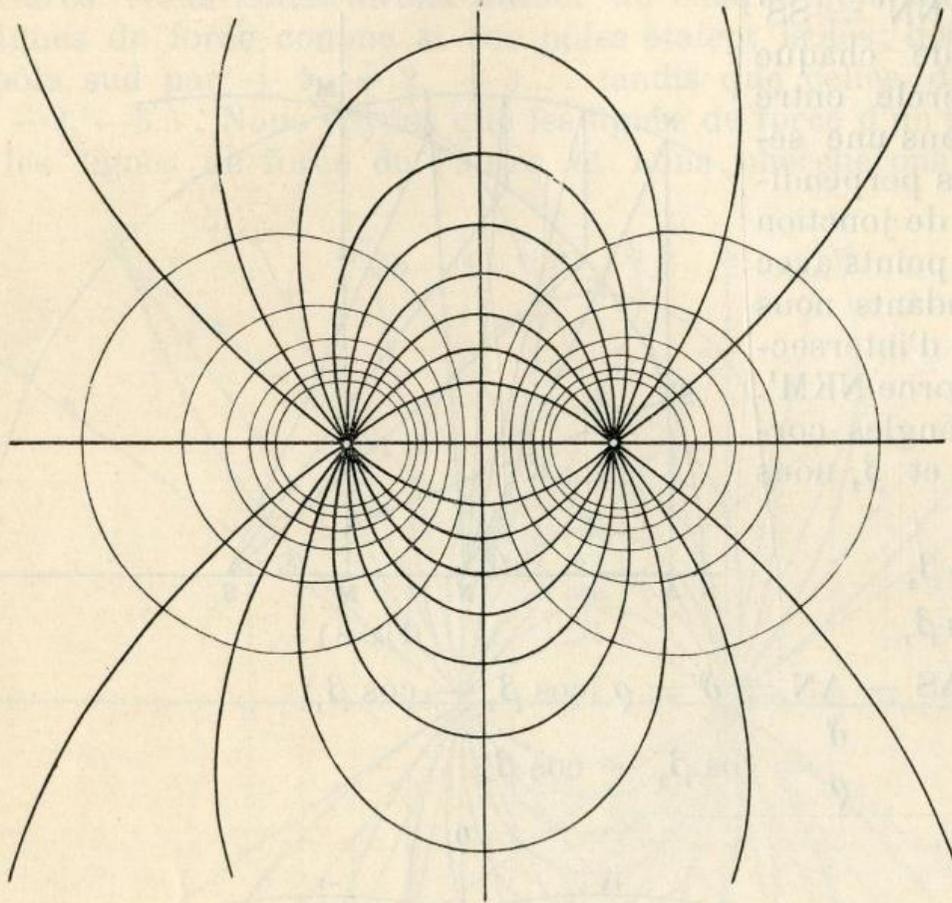


(Fig. 9.)

tentiels correspondants V_1 et V_2 . Le potentiel total V en un point est la somme algébrique de deux potentiels. Traçons autour des points N et S (fig. 9) les sur-

¹⁾ Journ. of the Roy. Instit. 1831.

faces équipotentielle correspondant à des valeurs de V_1 et V_2 , telles que $+1, +2, +3 \dots$ et $-1, -2, -3 \dots$ en considérant que les deux pôles sont isolés. Nous obtiendrons une série de cercles concentriques qui auront plusieurs points d'intersection tels que la somme algébrique de leurs numéros d'ordre soit égale à $V_1 - V_2$. La surface de potentiel zéro, représentée dans la figure par la ligne $00'$ passe par les intersections $3, -3; 4, -4; 5, -5; \dots$; la surface de potentiel $+1$ par $3, -2; 4, -3; 5, -4; \dots$. La (fig. 10) montre l'ensemble des surfaces équipotentielles et des lignes de force de deux pôles de grandeur égale et de noms contraires.

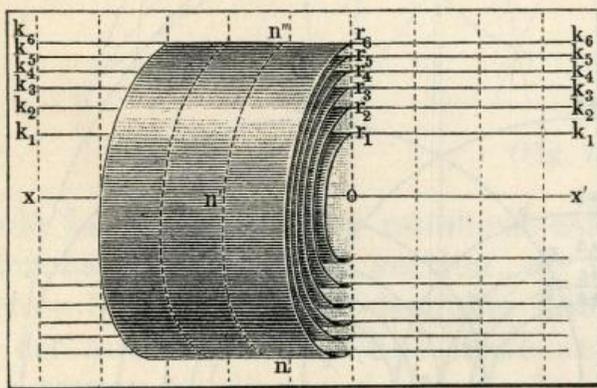


(Fig. 10.)

La surface de potentiel zéro, représentée dans la figure par la ligne $00'$ passe par les intersections $3, -3; 4, -4; 5, -5; \dots$; la surface de potentiel $+1$ par $3, -2; 4, -3; 5, -4; \dots$. La (fig. 10) montre l'ensemble des surfaces équipotentielles et des lignes de force de deux pôles de grandeur égale et de noms contraires.

Champ homogène. — En chaque point d'un champ magnétique homogène l'intensité et la direction de la

force agissante reste la même. Si nous représentons cette force par f , les surfaces équipotentielles seront représentées par un système de surfaces



(Fig. 11.)

parallèles et perpendiculaires à la direction de la force; leur distance sera $= \delta = \frac{1}{f}$. Les lignes de force seront des lignes droites parallèles entre elles ainsi qu'à la direction de la force. Leur nombre doit être réglé de façon, que chaque unité de surface équipotentielle soit traversée par $H = \frac{f}{4\pi}$ de lignes.

Pour pouvoir représenter graphiquement le cas qui nous occupe, prenons une droite parallèle à la direction de la force pour l'axe xx' (fig. 11.) et décrivons autour de cet axe une série de surfaces cylindriques des dia-

mètres tels que leur surface de section soit égale à l'unité de flux de force. La coupe longitudinale de ces surfaces sera représentée par une série de lignes parallèles à des distances $\rho_1, \rho_2, \rho_3 \dots$ réglées par des relations suivantes :

$$\begin{aligned}
 H\pi\rho_1^2 &= 1; & \text{ou } \frac{f}{4}\rho_1^2 &= 1 \\
 H\pi(\rho_2^2 - \rho_1^2) &= 1 & \text{» } \frac{f}{4}(\rho_2^2 - \rho_1^2) &= 1 \\
 H\pi(\rho_3^2 - \rho_2^2) &= 1 & \text{» } \frac{f}{4}(\rho_3^2 - \rho_2^2) &= 1 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots \\
 H\pi(\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) &= 1 & \text{» } \frac{f}{4}(\rho_n^2 - \rho_{n-1}^2) &= 1.
 \end{aligned}$$

ou par des relations :

$$\begin{aligned}
 H\pi\rho_1^2 &= 1. \\
 H\pi\rho_2^2 &= 2. \\
 H\pi\rho_3^2 &= 3. \\
 \dots & \dots \\
 H\pi\rho_n^2 &= n.
 \end{aligned}$$

Considérons par exemple un champ homogène dont la valeur de H est égale à $0.007771 \text{ C}^{\frac{1}{2}} \text{ G}^{\frac{1}{2}} \text{ S}^{-1}$ *) Les rayons respectifs seront donnés par les valeurs suivantes :

$$\begin{aligned}
 \rho_1 &= \sqrt{\frac{1}{\pi H}} = 6.4 \text{ cm.} \\
 \rho_2 &= \sqrt{\frac{2}{\pi H}} = 9.0 \text{ cm.} \\
 \rho_3 &= \sqrt{\frac{3}{\pi H}} = 11.1 \text{ cm.} \\
 \dots & \dots
 \end{aligned}$$

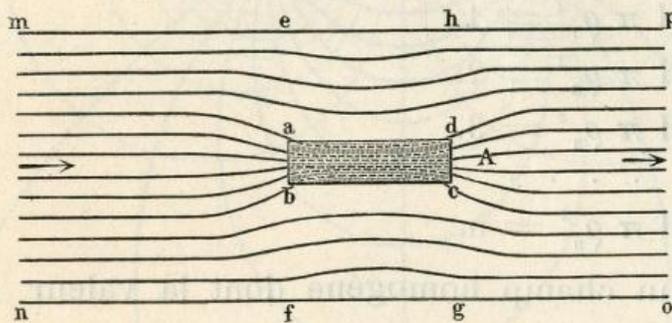
$$\rho_4 = 12.8; \rho_5 = 14.3; \rho_6 = 15.7; \rho_7 = 16.9; \rho_8 = 18.1; \rho_9 = 19.1; \rho_{10} = 20.2.$$

Le sens des lignes de force est de droite à gauche. A une distance très grande à droite se trouve un pôle nord N et à gauche un pôle sud S de même intensité.

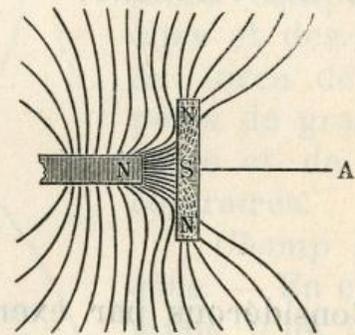
Les perturbations dans les champs magnétiques. — Les lignes de force ainsi que les surfaces équipotentiels magnétiques prendront des dispo-

*) H. Ebert, Magnetische Kraftfelder I.

sitions indiquées dans les pages précédentes, si dans le champ considéré il n'existe pas des masses étrangères qui pourraient exercer certaines influences sur les pôles magnétiques et produire des perturbations dans leur champ. Un morceau de fer introduit dans un champ magnétique, produira toujours des perturbations de lignes de force et de surfaces équipotentielles magnétiques, en exerçant certaine attraction sur les lignes de force. La (fig. 12.) montre comment un morceau de fer introduit dans un champ homogène absorbe six lignes de force quoiqu'il n'occupe la place que de deux ou trois d'entre elles. En outre on voit que les lignes plus éloignées sont rapprochées vers lui. L'intensité du champ en avant et en arrière du fer est augmentée tandis que sur les cotés elle est diminuée. La (fig. 13.), nous présente un autre cas de perturbation. Ici nous avons devant le pôle *N* d'un aimant, un morceau de fer dans lequel s'est formé par l'influence le pôle *S* ainsi que les deux autres pôles *N'N'*. Les lignes de force, passant près du pôle *S* sont absorbées, les autres sont plus ou moins rejetées.



(Fig. 12.)



(Fig. 13.)

Si l'on place dans un champ magnétique un morceau de fer fermé, on trouve que l'action magnétique à l'intérieur de ce morceau est très faible : ce phénomène est connu sous le nom *d'écran magnétique*. Cette question intéressante a été étudiée par Stefan¹⁾ et après lui par G. Schilling.²⁾ Si l'on place dans un champ uniforme un cylindre de fer creux infiniment long de façon que son axe soit perpendiculaire à la direction du champ, on trouve que le coefficient d'affaiblissement est donné par la relation :

$$n = 1 + \pi k \left(1 - \frac{b^2}{a^2} \right)$$

et pour une sphère creuse :

$$n = \frac{2}{9} \left[1 + 4\pi k \left(1 - \frac{b^3}{a^3} \right) \right]$$

Dans ces équations *a* et *b* désignent les rayons extérieur et intérieur du cylindre ou de la sphère et *k* la constante de magnétisation. Pour les

¹⁾ Sitzungberichte der. K. Akademie in Wien 85. Bd.

²⁾ Zeitschrift für Elektrotechnik 1885.

deux cas, on peut déterminer la disposition des lignes de force ainsi que des surfaces équipotentielles et si l'on rapporte ces éléments à un système de trois axes rectangulaires, dont l'axe x est dans la direction du champ magnétique et z parallèle à l'axe du cylindre, on trouve pour les lignes du niveau :

$$V = Ax + \frac{Bx}{r^2} = Ax_0$$

et pour les lignes de force :

$$U = Ay - \frac{By}{r^2} = Ay_0$$

où A et B sont des constantes; x_0 est l'abscisse de la ligne du niveau qui allant parallèlement à l'axe des y se trouve à l'infini tandis que y_0 est l'ordonnée de la ligne de force parallèle à l'axe des x se trouvant aussi à l'infini.

M. Schilling, en prenant pour x_0 respectivement pour y_0 des valeurs successives de 1, 2, 3, 4... a déterminé un certain nombre de points de chaque courbe et construit le diagramme (fig. 14.) pour un cylindre de fer creux dans un champ magnétique homogène. Les autres valeurs ont été :

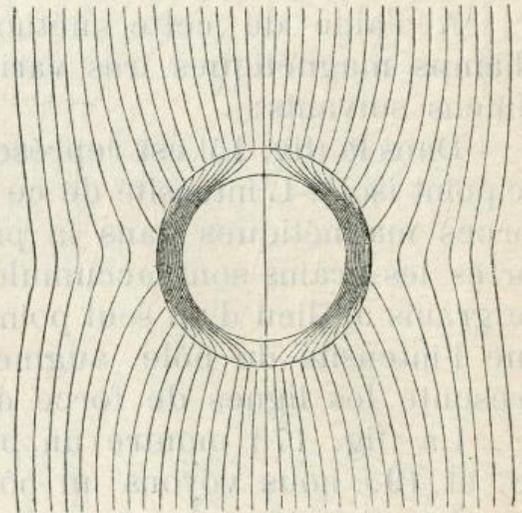
$$a = 6.5 \text{ cm}; b = 5.5 \text{ cm}; 1 + 4\pi k = 200.$$

On voit comment les lignes de force d'ailleurs parallèles sont déviées et ramassées dans la masse du cylindre, tandis qu'à l'intérieur de celui-ci il n'y a presque pas de lignes.

Reproduction expérimentale des lignes de force magnétiques. — Les lignes de force que nous venons d'étudier, n'existent pas seulement en théorie; il existe des méthodes expérimentales par lesquelles on peut facilement les observer et les fixer. La méthode la plus simple pour observer les lignes de force magnétiques consiste à poser une feuille de papier ou de carton sur les pôles magnétiques à étudier et de distribuer sur cette feuille une quantité de limailles de fer; les grains par leurs dispositions linéaires montreront très clairement la forme des lignes de force dans le plan considéré.

Il est très souvent utile de fixer la position des lignes de force magnétiques. Quoiqu'il existe plusieurs méthodes, nous nous sommes servi de la méthode photographique suivante.

Dans un cabinet obscur, éclairé à la lumière rouge sombre, on dispose une plaque sensible sur les pôles magnétiques à étudier, la couche



(Fig. 14.)

sensible en dessus, et on distribue une poudre magnétique très fine, que nous avons trouvée meilleure pour ces expériences que les limailles de fer (*limatura ferri alcoholisata*). Quand les lignes de force ont pris une certaine disposition d'équilibre, on éclaire la plaque pendant un temps plus ou moins court; en débarassant la plaque des grains de poudre on la développe et on la fixe, par les méthodes photographiques ordinaires. Si l'on règle le temps de pose convenablement, on obtient des négatifs d'une netteté remarquable.

Tout dernièrement, nous avons trouvé une méthode photographique semblable décrite dans l'ouvrage de M. H. Ebert.¹⁾ Il est recommandé dans cette description, d'enlever les aimants, produisant les lignes de force et d'éclairer ensuite la plaque sensible. Nous constatons que l'image perd beaucoup en netteté si l'on retire la plaque du champ magnétique avant la pose. Nos plaques sont restées sous l'action des aimants pendant la durée de l'impression lumineuse.

A l'aide de cette méthode photographique, nous avons fixé des champs magnétiques très variés. Nous exposerons ici les quelques spécimens suivants:

Dans la (fig. 15) est représenté le champ magnétique d'un pôle en forme de point isolé. L'intensité de ce pôle est respectivement faible. Puisque les forces magnétiques dans la proximité du pôle même sont relativement fortes les grains sont accumulés au-dessus du pôle et nous voyons un amas de grains au lieu d'un seul point. Cette accumulation est d'autant plus forte que l'intensité du pôle augmente comme le montre la (fig. 16.) qui représente les lignes de force du même pôle isolé mais fort.

La (fig. 17.) montre un pôle isolé de forme annulaire. Dans les (fig. 18. et 19.) nous voyons un pôle linéaire et un autre de forme carrée.

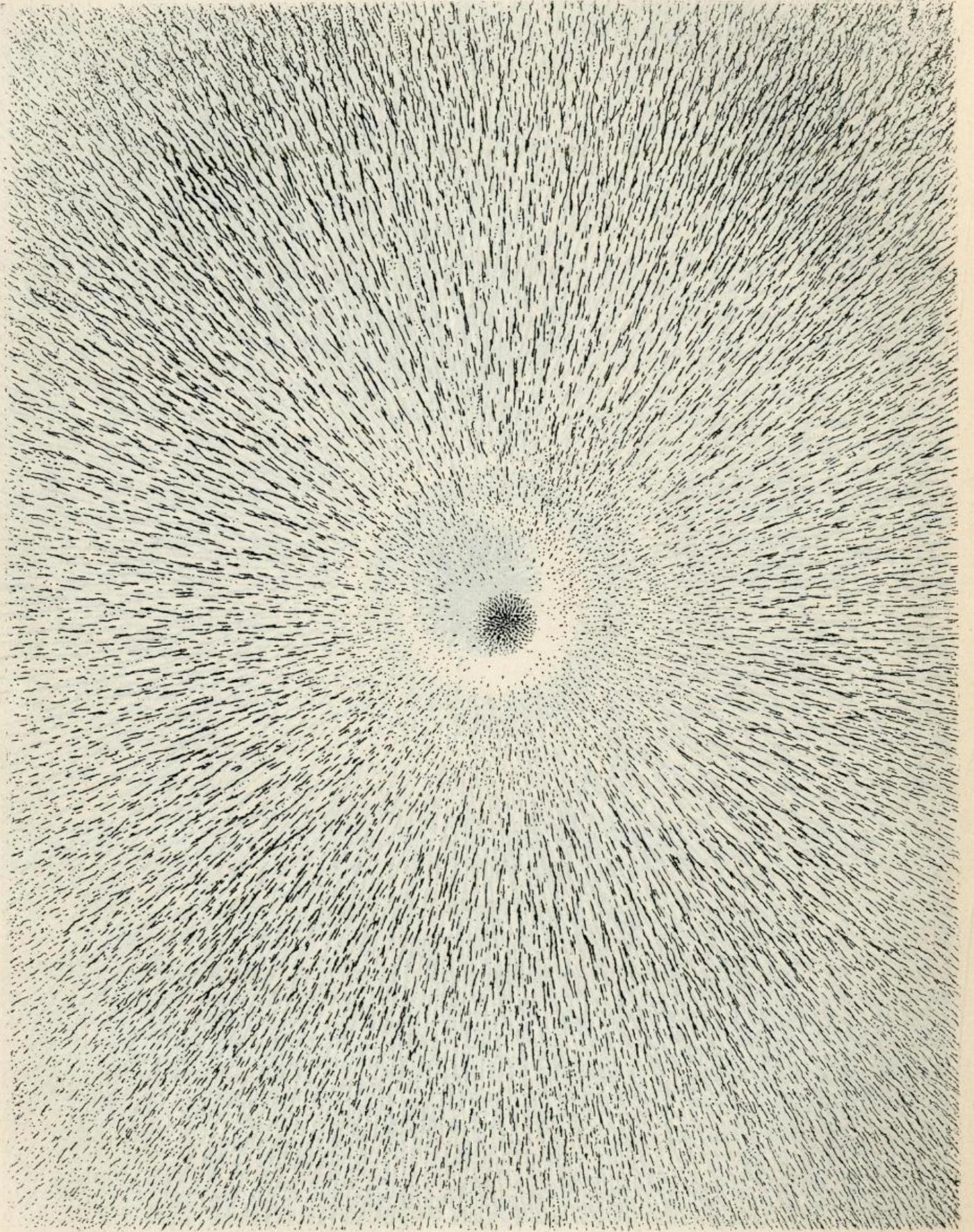
La (fig. 20.) nous montre deux pôles de noms contraires et la fig. 21. deux pôles de mêmes noms. La (fig. 22.) représente le champ magnétique d'un aimant annulaire fermé et dans la (fig. 23.) les deux pôles sont linéaires et de noms contraires. La (fig. 24.) nous montre les deux pôles recourbés tandis que dans la (fig. 25.) nous avons deux pôles de noms contraires entourés d'écrans en fer ronds respectivement carrés. Dans la (fig. 26. et 27.) nous voyons le champ magnétique d'un aimant permanent droit et d'un aimant en forme de fer à cheval.

Dans les (fig. 28. et 29.) nous avons deux combinaisons différentes de quatre pôles.

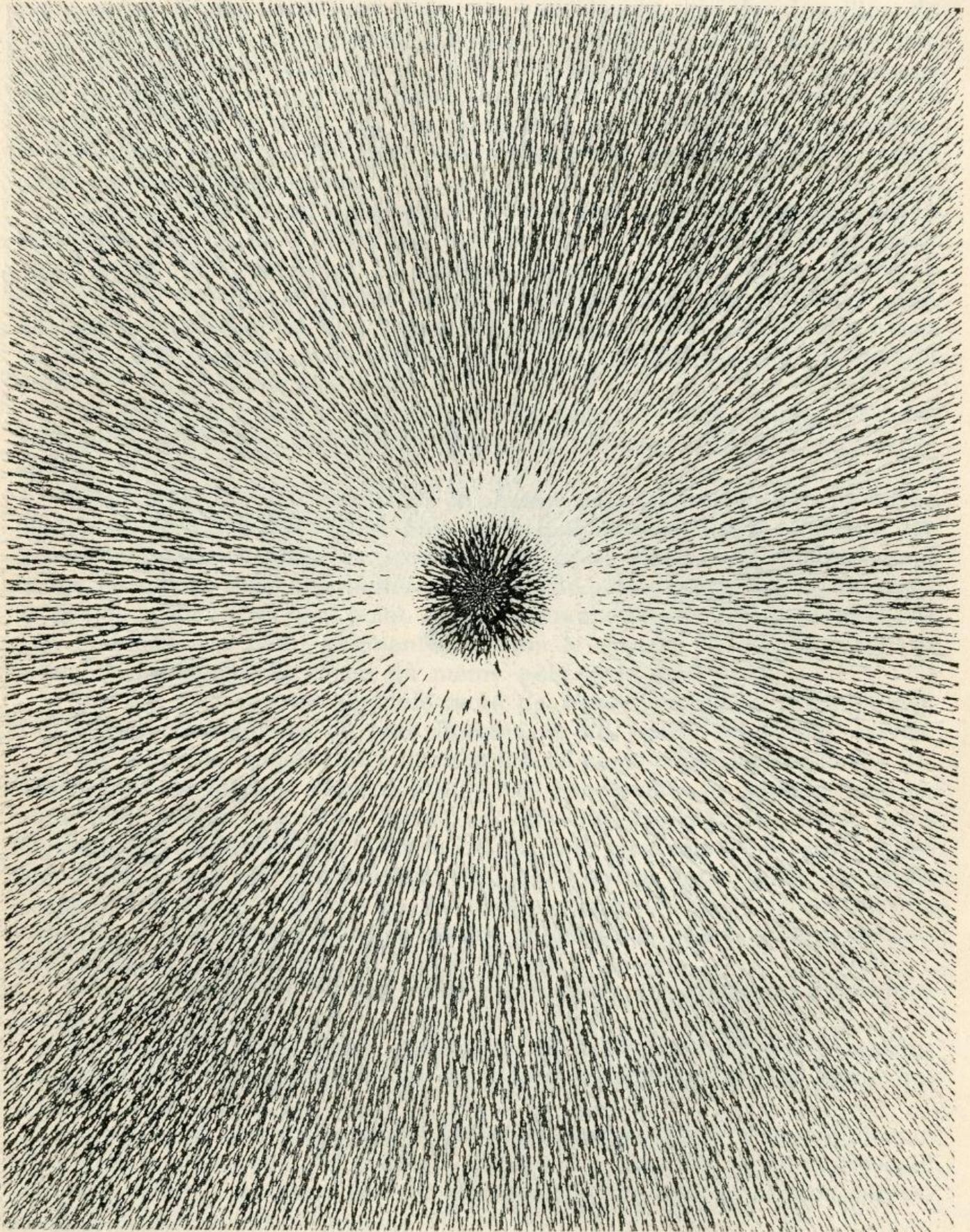
La (fig. 30.) nous donne un champ de deux pôles de noms contraires dérangés par une barre de fer posée parallèlement à la ligne qui joint les deux pôles.

Sur la (fig. 31.) nous avons un champ approximativement uniforme d'un petit moteur pour le courant continu. La (fig. 32.) nous représente ce même champ dérangé par un morceau de fer dont la section correspond à la bobine de Siemens.

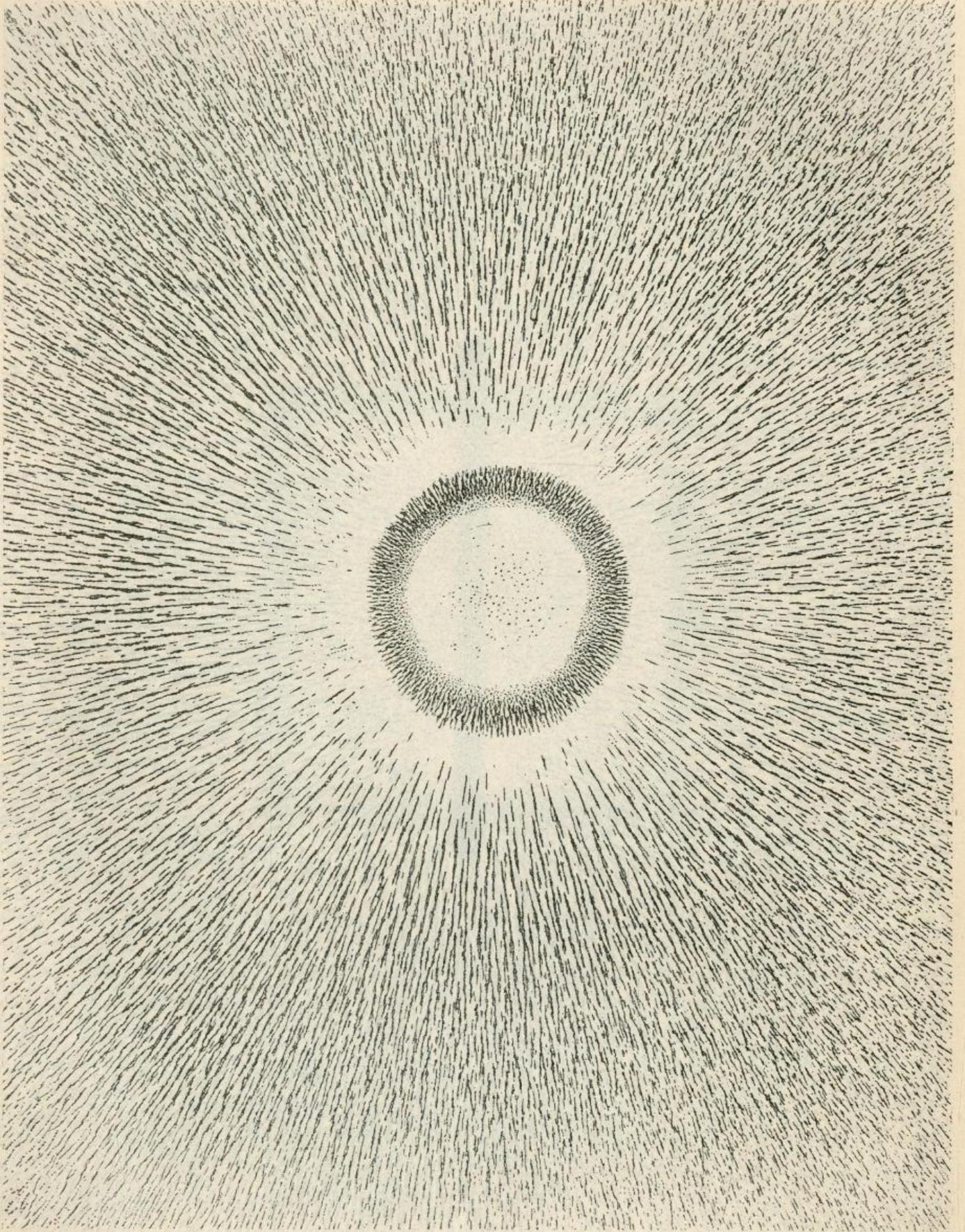
¹⁾ Magnetische Kraftfelder I 1896.



(fig. 15.)

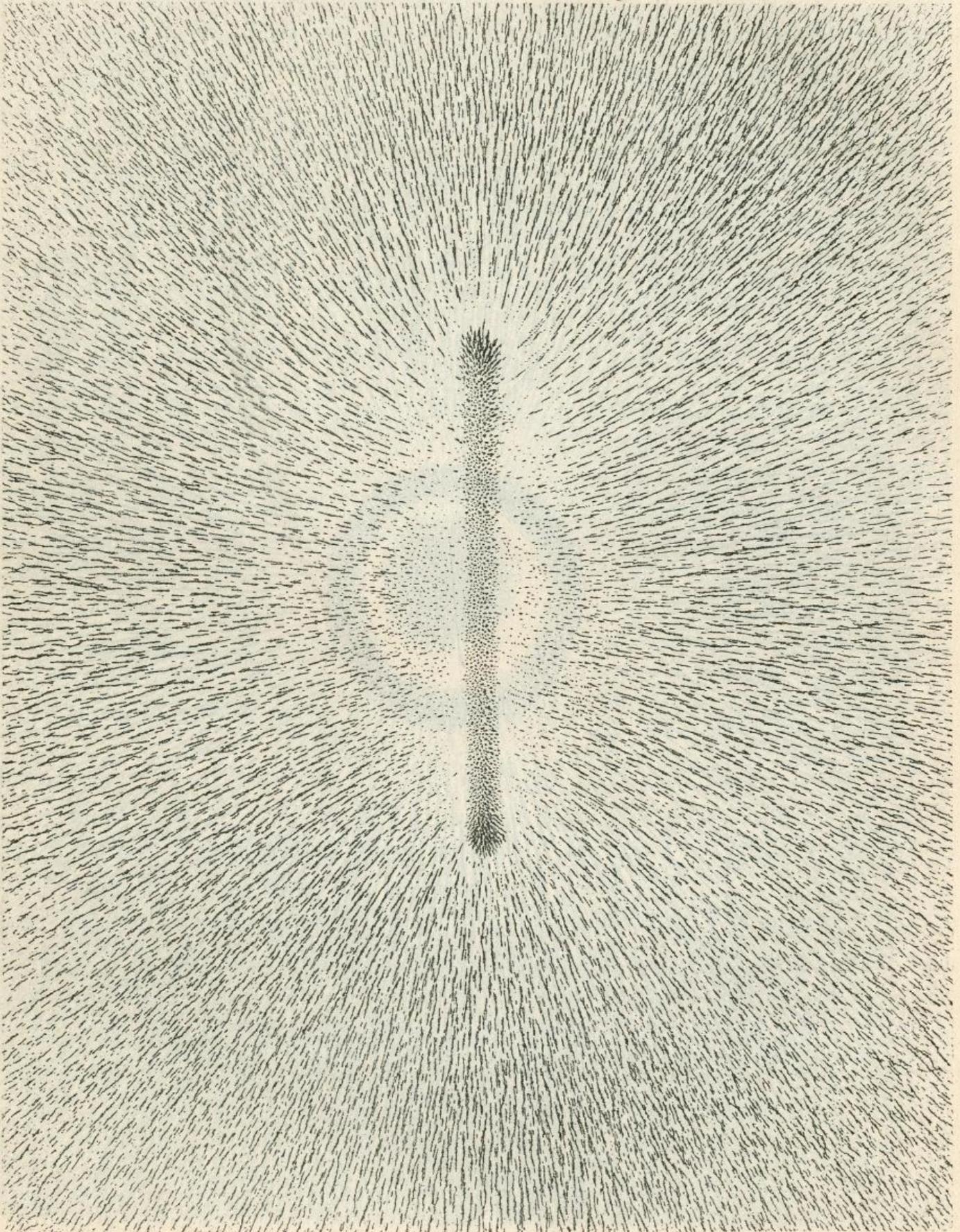


(fig. 16.)

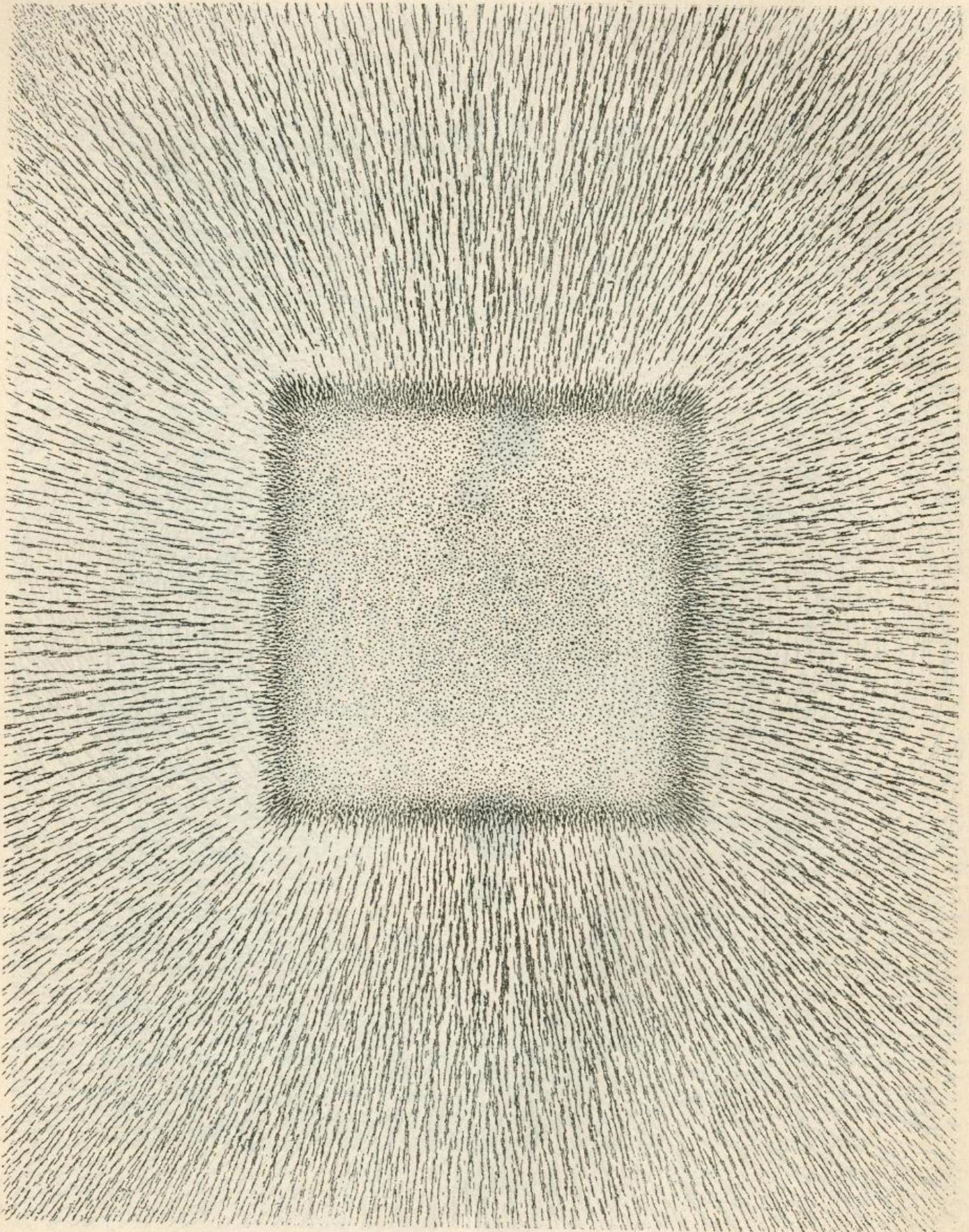


(Fig. 17.)

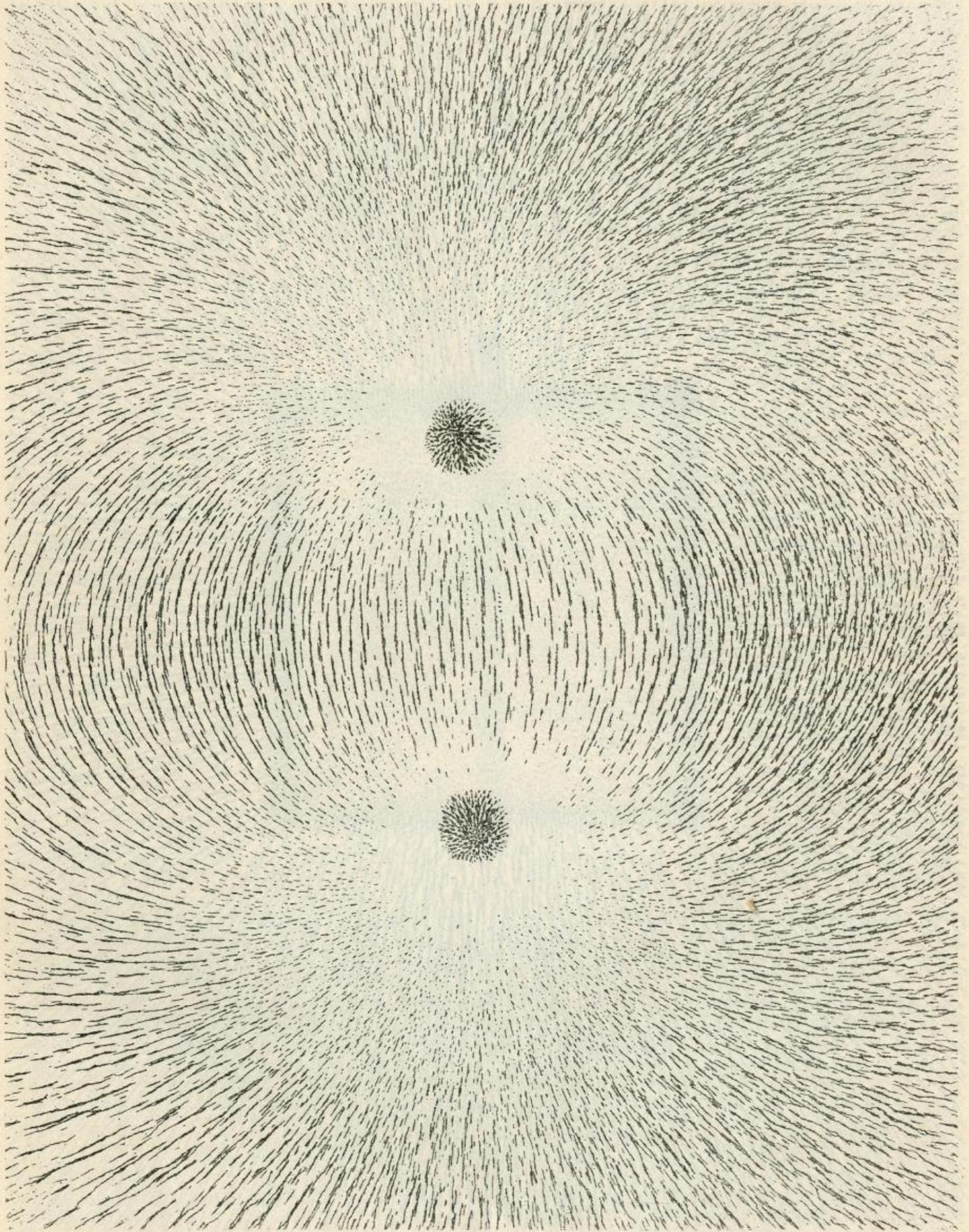
La forces centrales



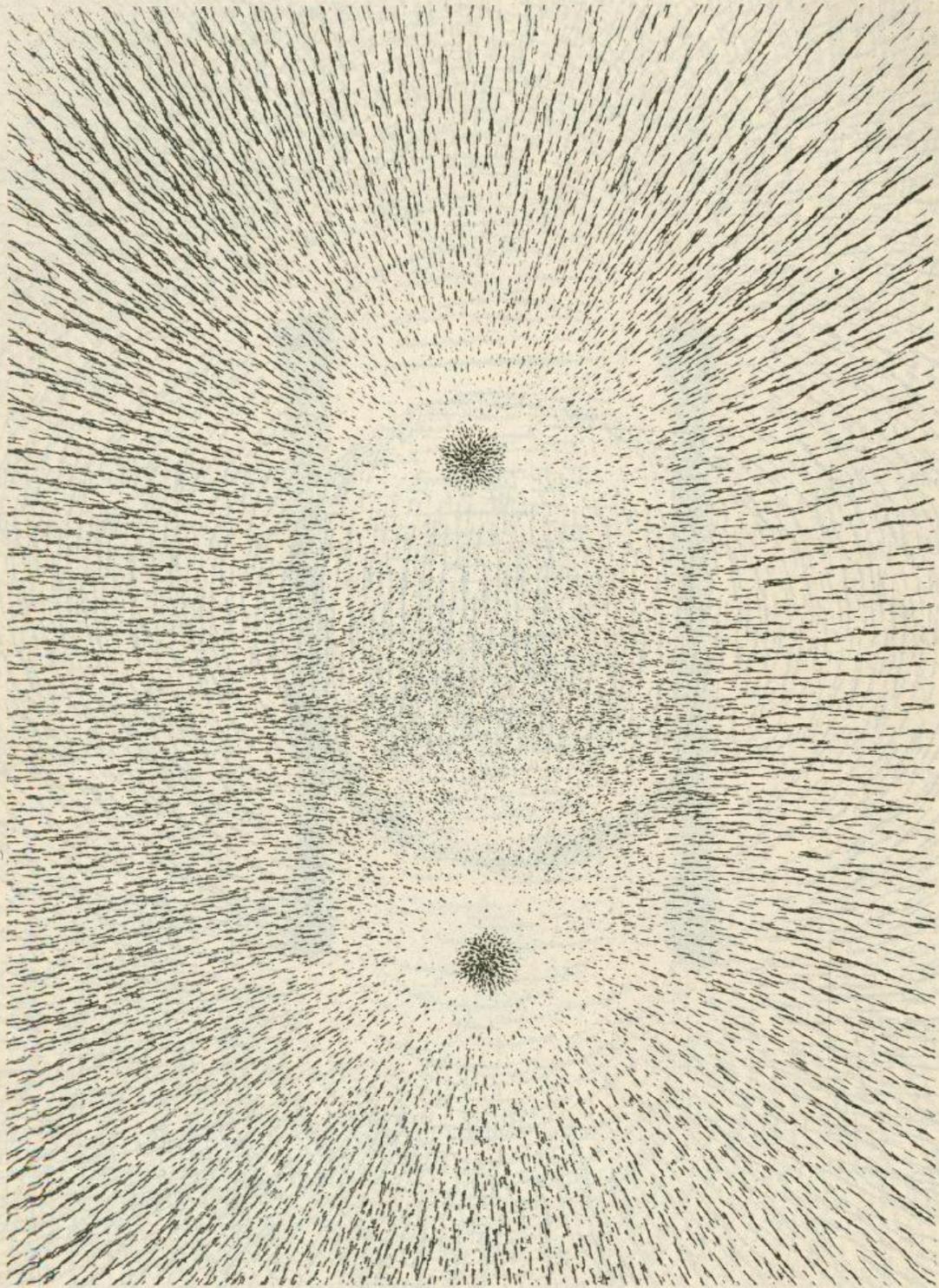
(Fig. 18.)



(Fig. 19.)

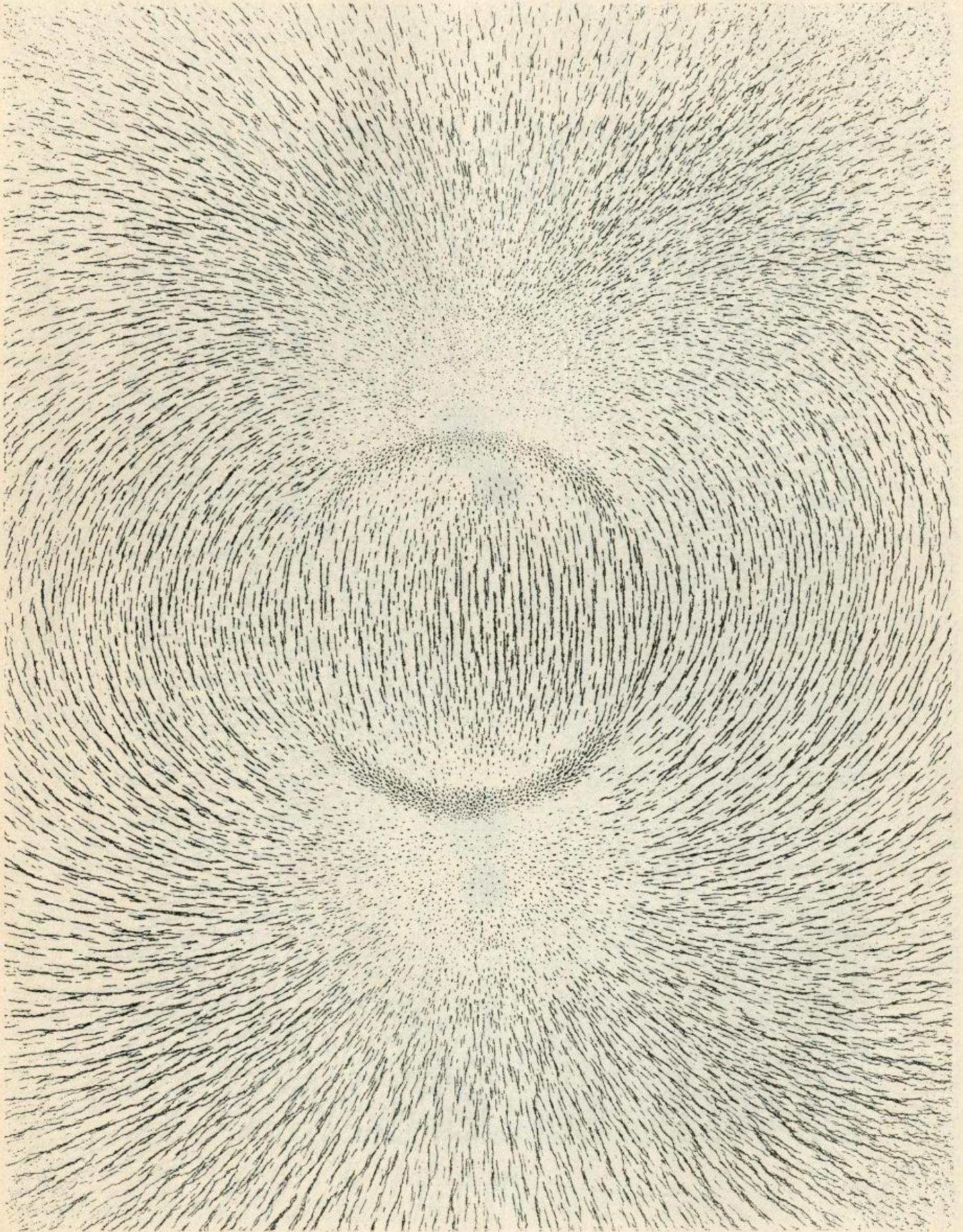


(Fig. 20.)

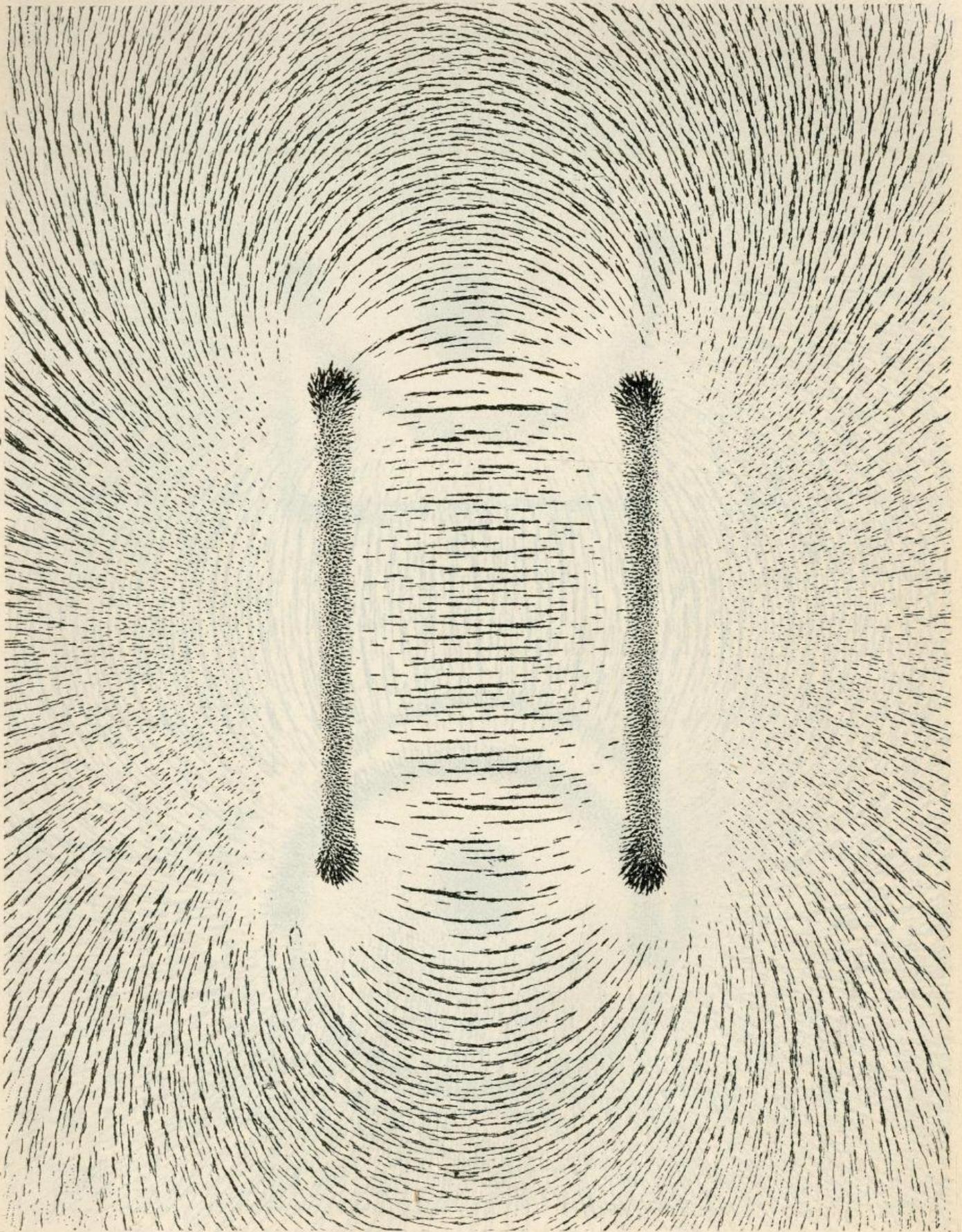


(Fig. 21.)

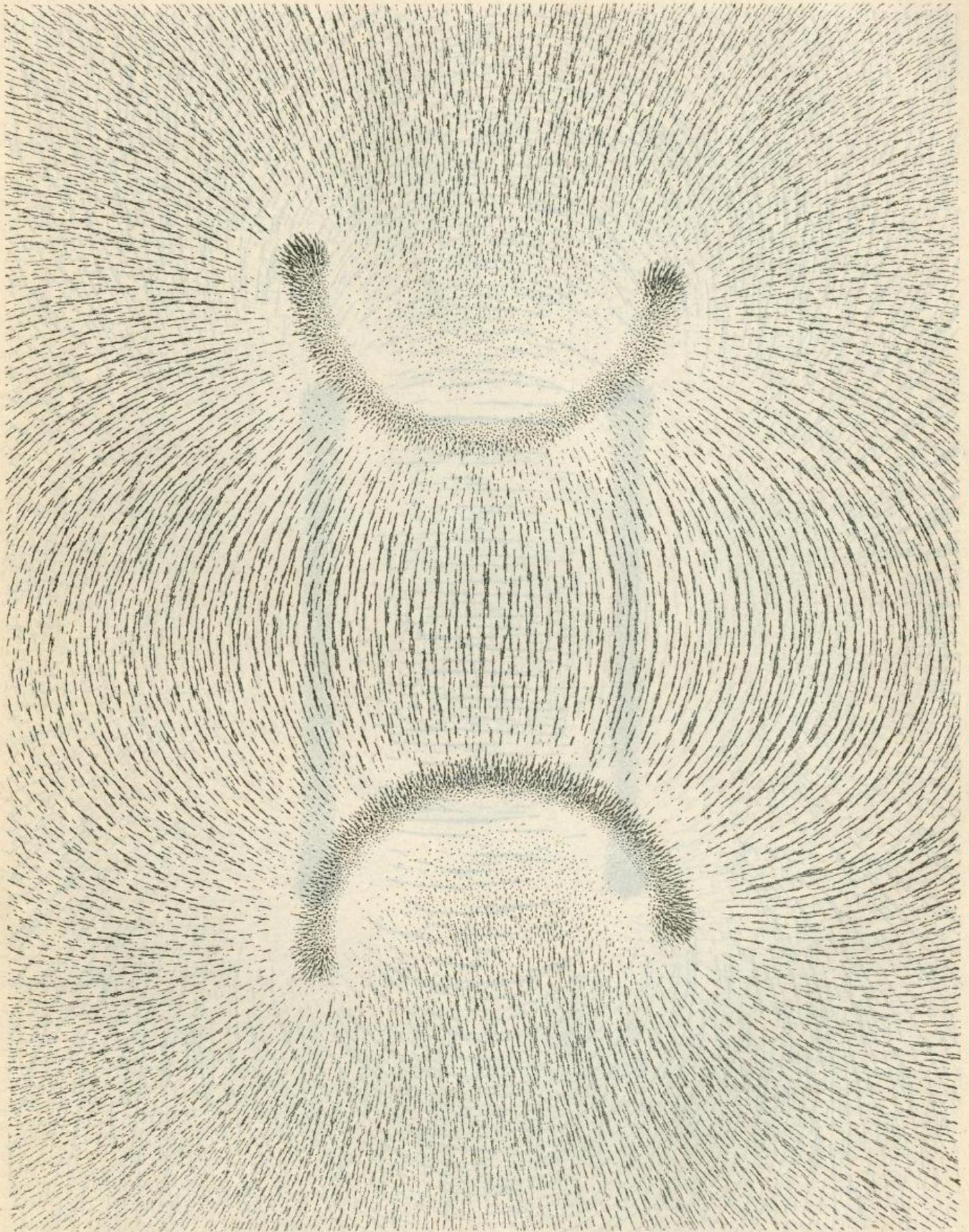
(38, 300)



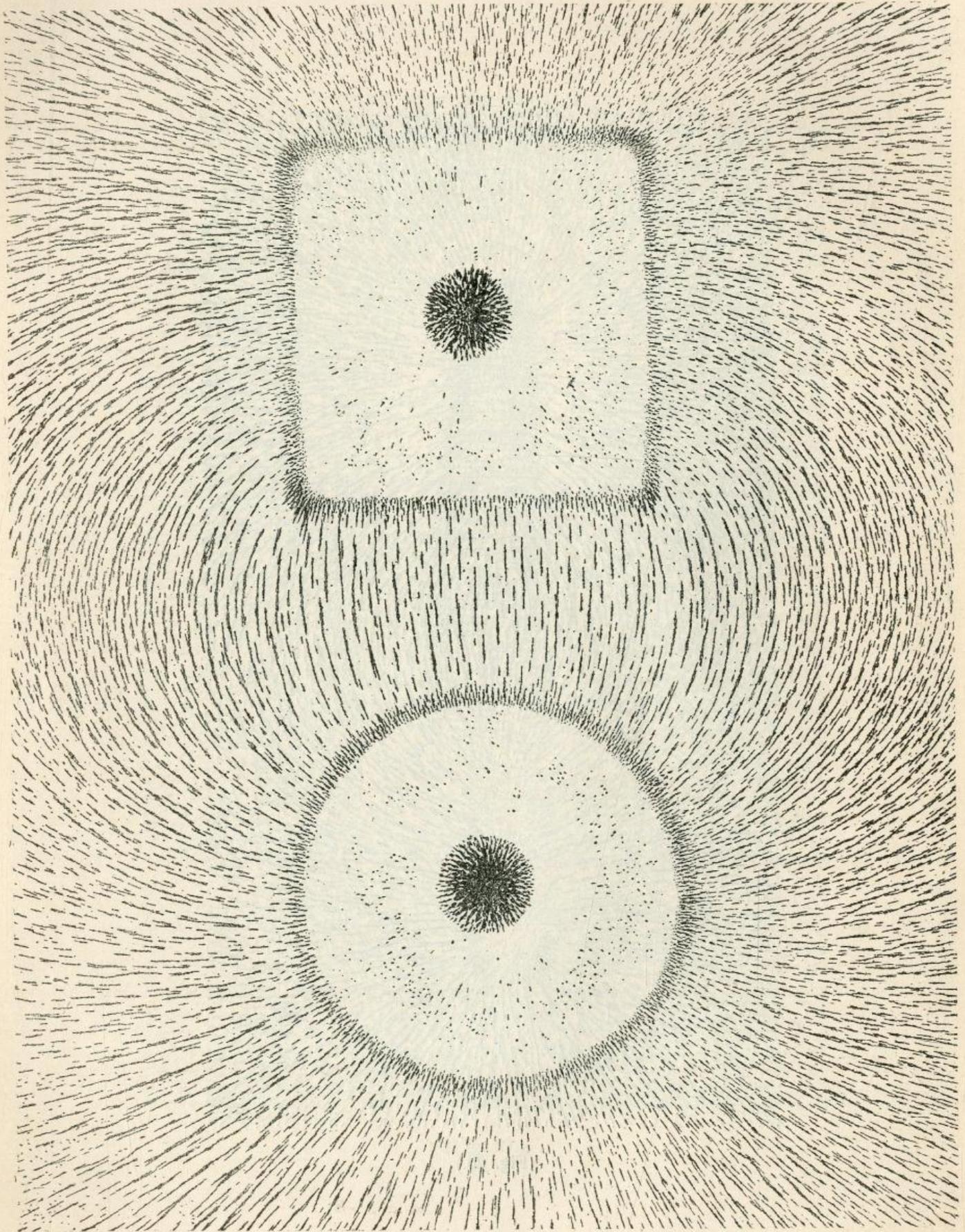
(Fig. 22.)



(Fig. 23.)

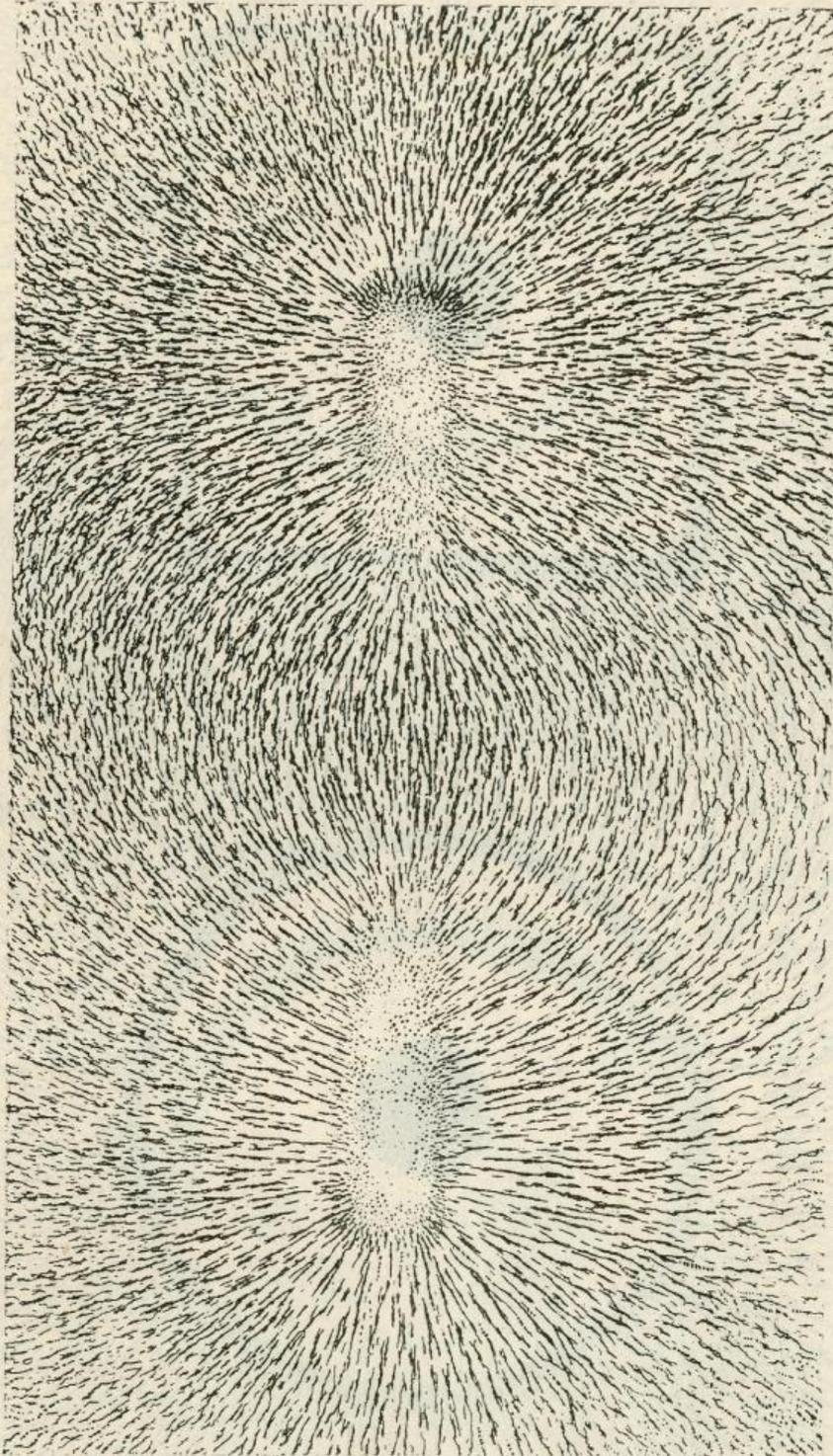


(Fig. 24.)

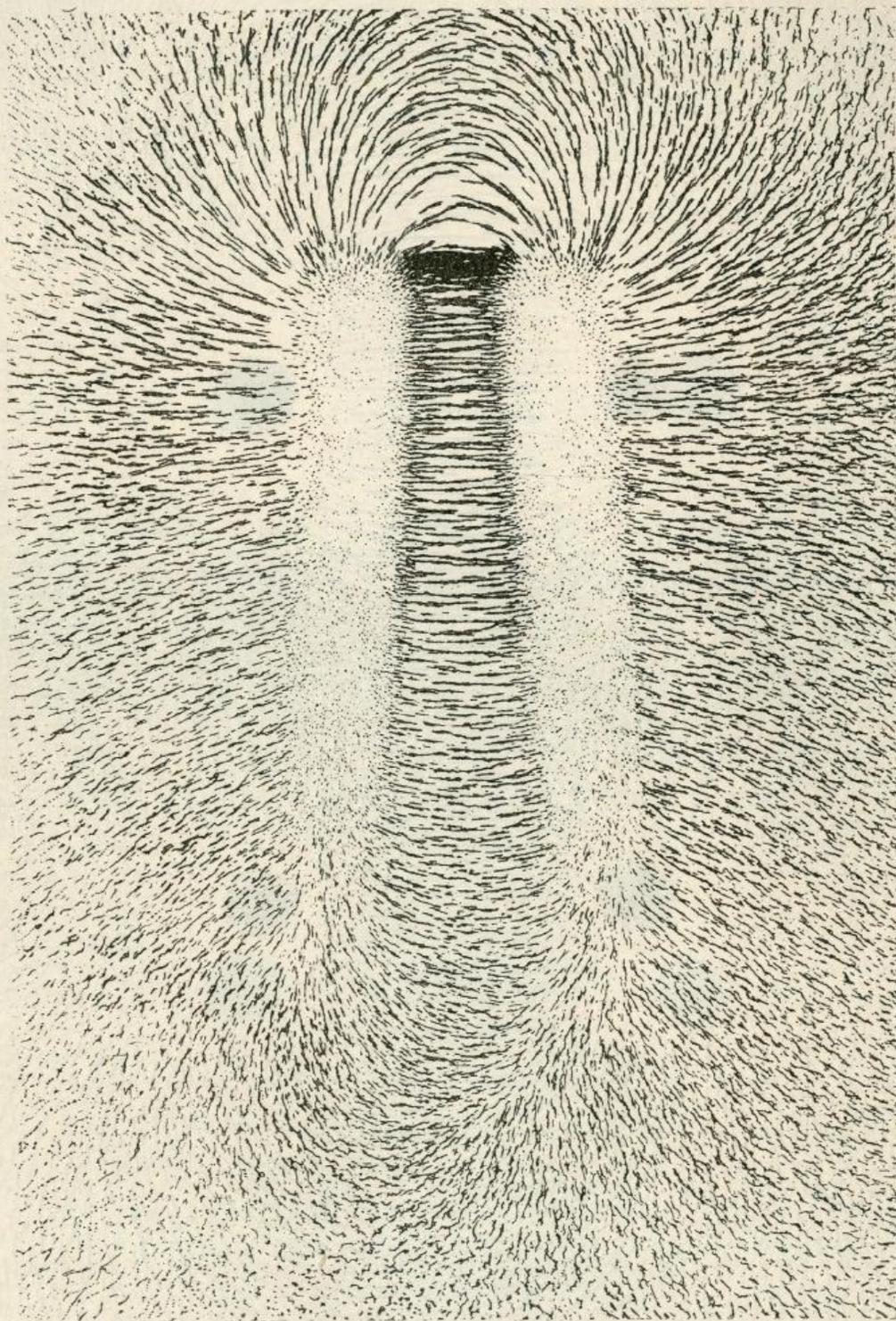


(Fig. 25.)

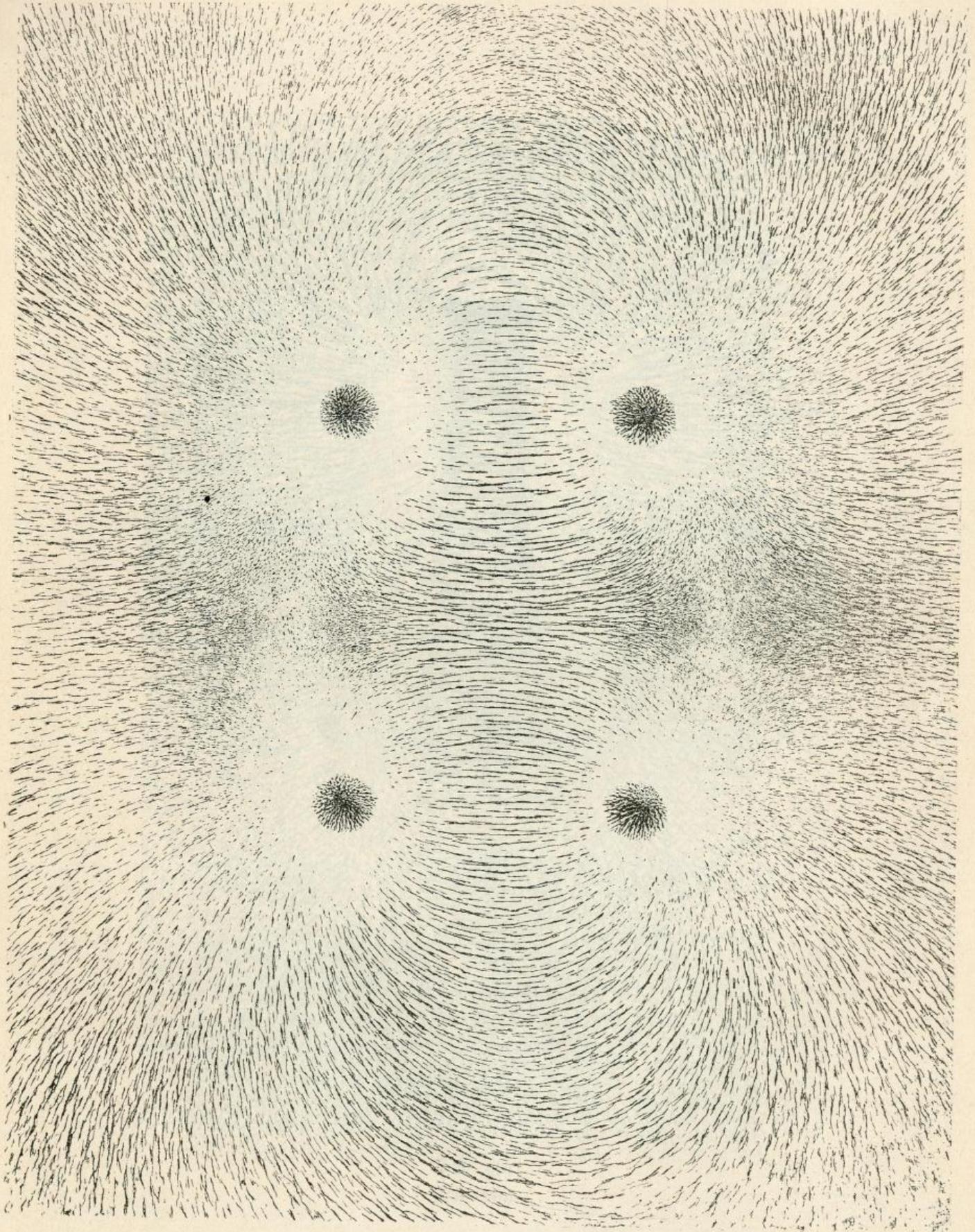
Les forces centrales



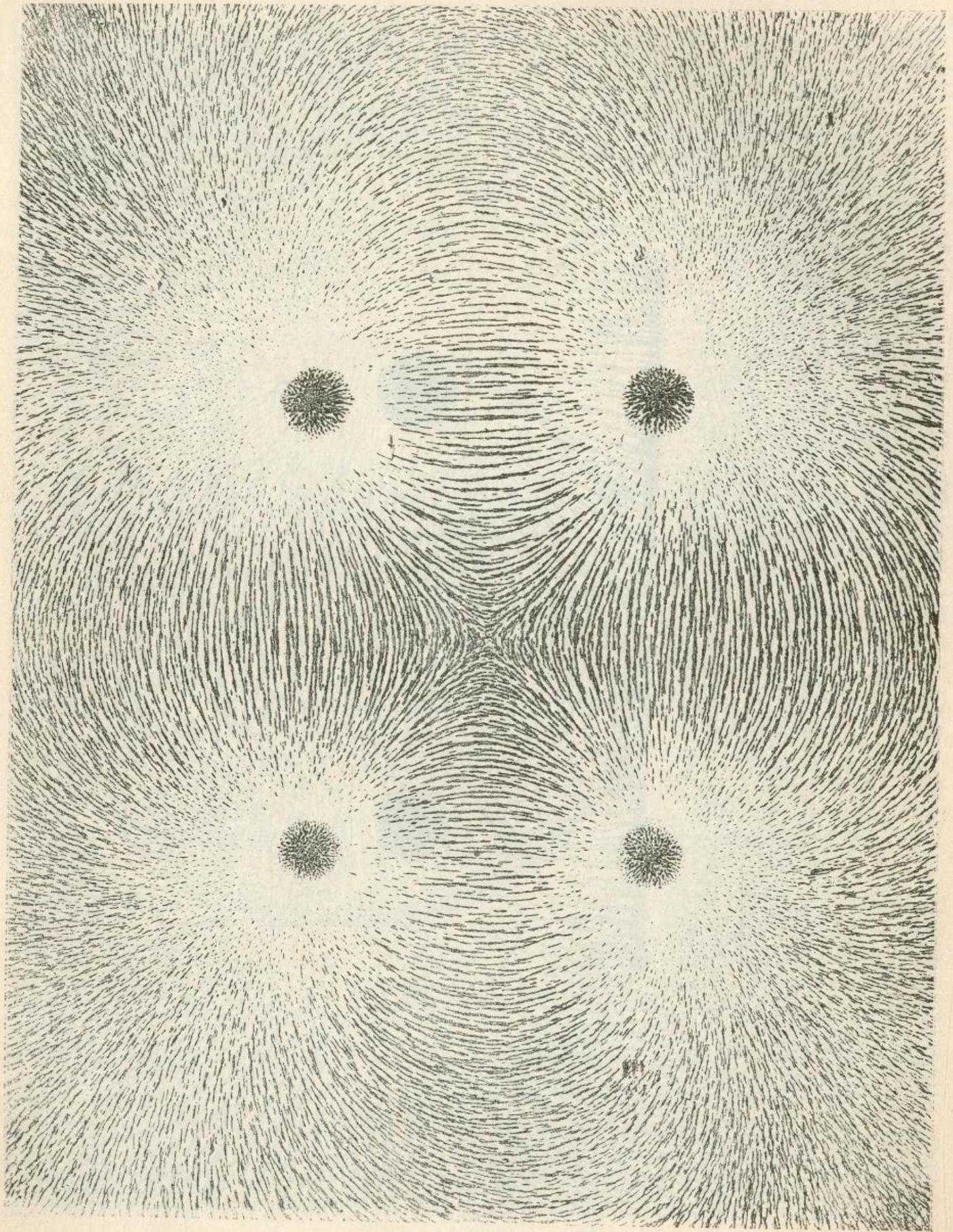
(Fig. 26.)



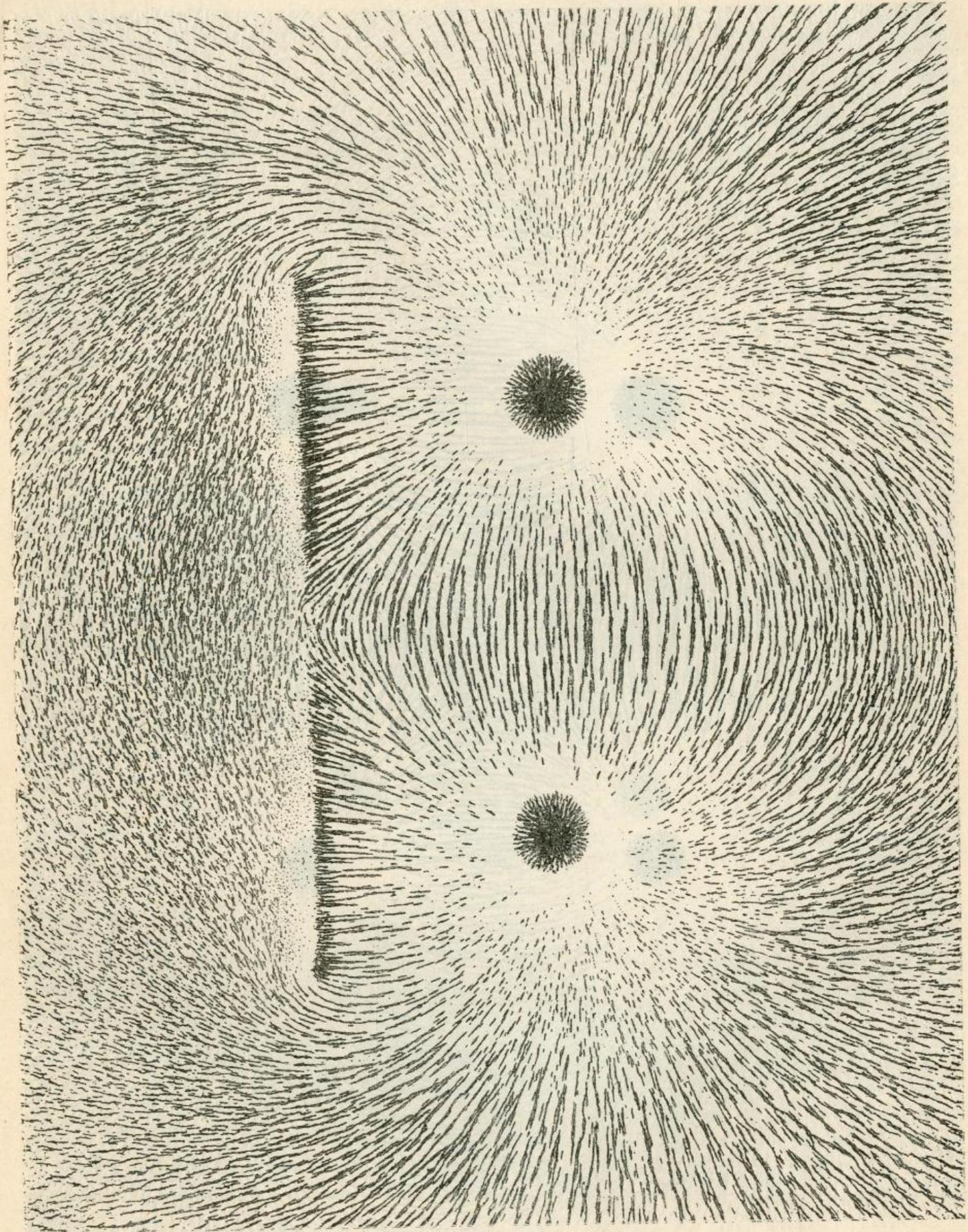
(Fig. 27.)



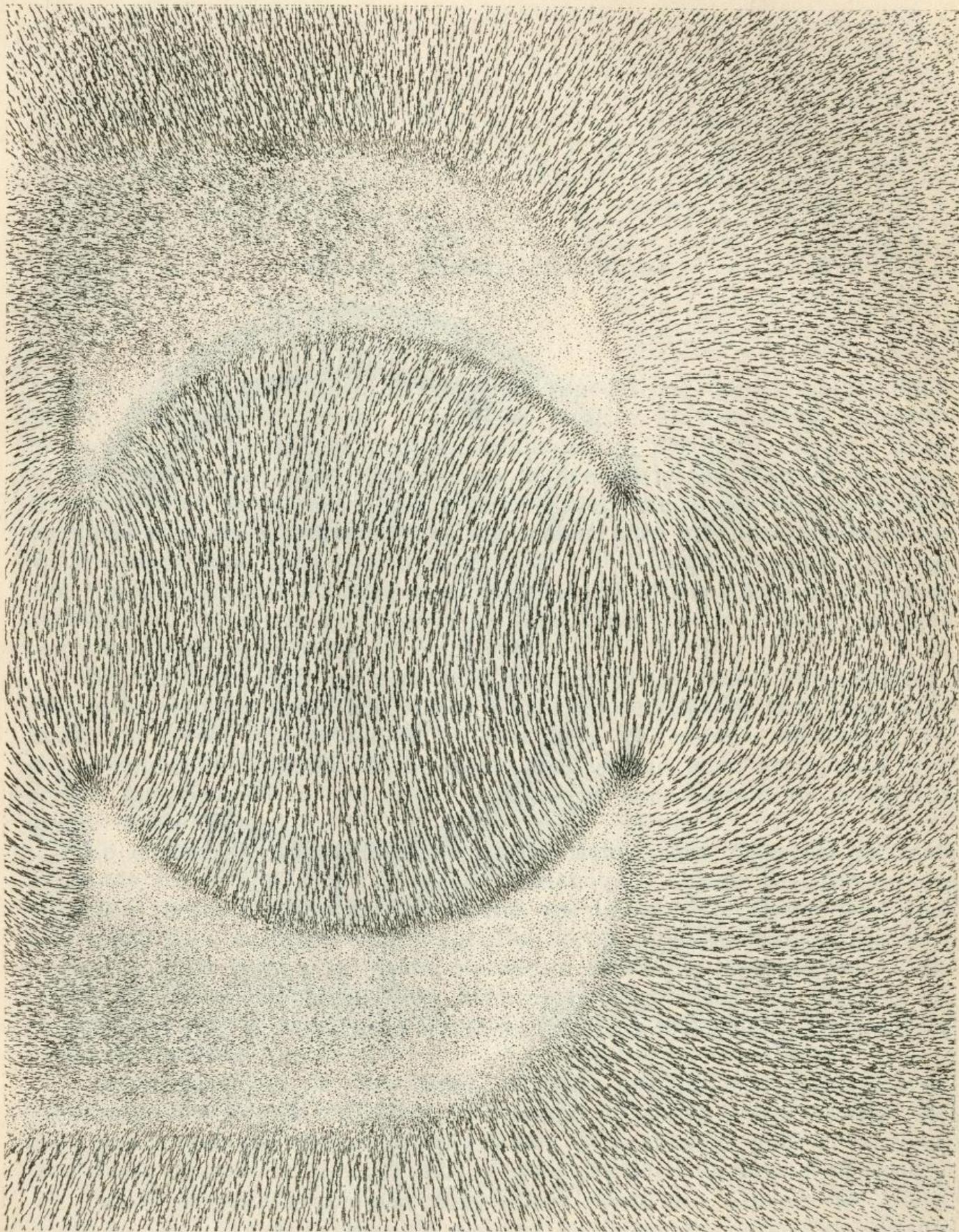
(Fig. 28.)



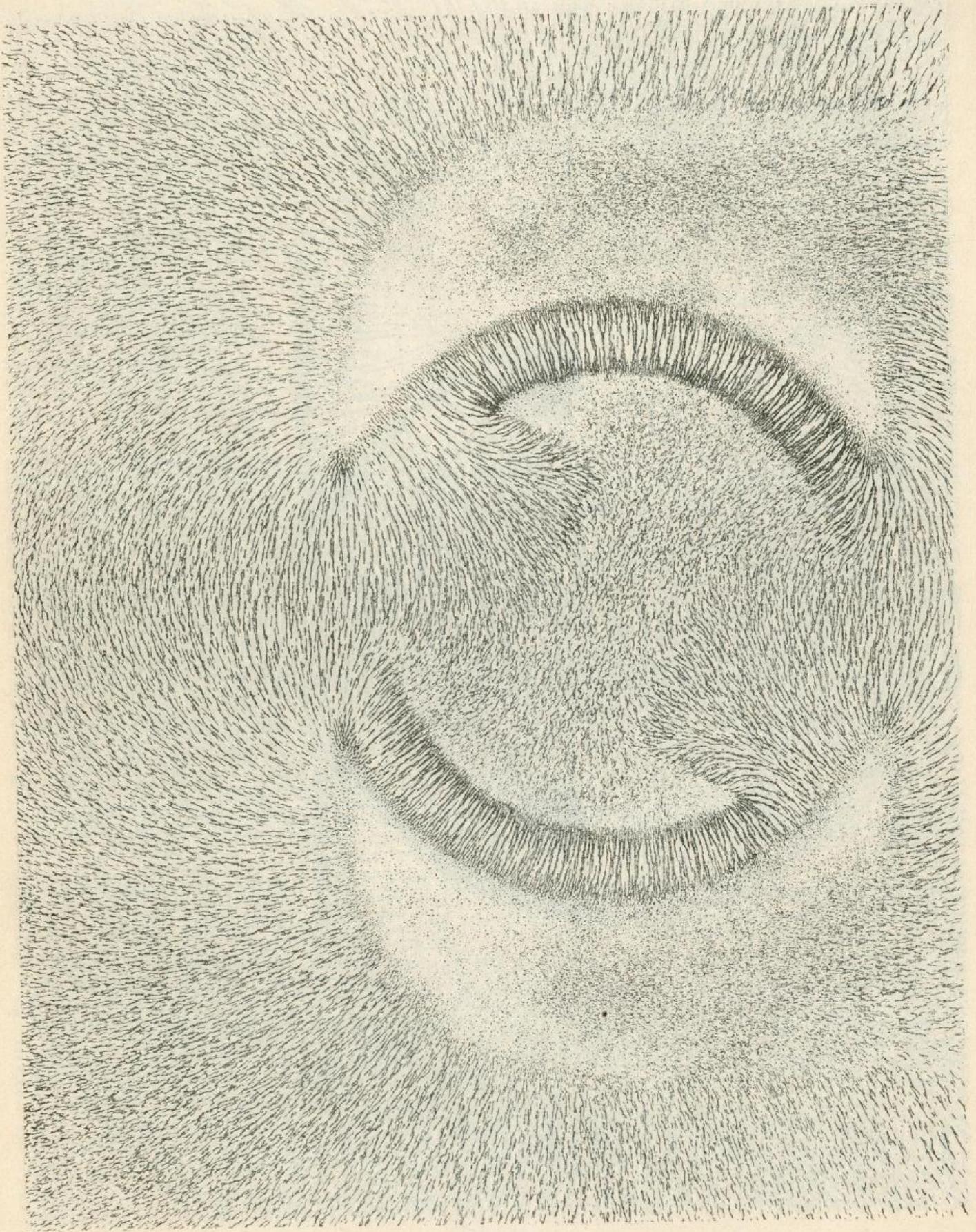
(Fig. 29.)



(Fig. 30.)



(Fig. 31.)



(Fig. 32.)

III. Le champ électrique

On sait depuis longtemps que nous rencontrons dans la nature deux sortes d'électricité, savoir: *l'électricité positive* et *l'électricité négative*. Nous ne nous occuperons pas des méthodes de production de ces deux sortes d'électricité; nous rappellerons seulement le fait bien connu, que les électricités de mêmes noms se repoussent, tandis que les électricités de noms contraires s'attirent. Les attractions ainsi que les répulsions de masses électriques sont réglées par la loi de Coulomb. Nous retrouvons par conséquent dans les actions électriques les lois des actions de forces centrales et toutes les considérations déjà établies pour ces forces, peuvent être aussi appliquées en électricité.

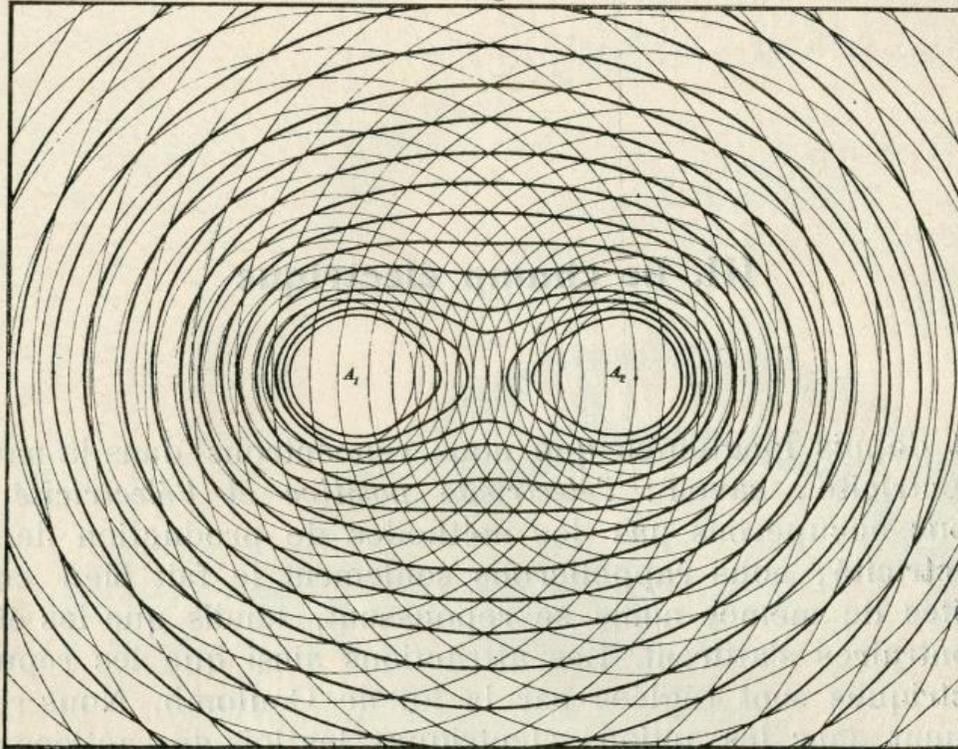
Champ électrique d'un pôle isolé. En prenant des dispositions nécessaires, nous pouvons avoir une masse ou un pôle électrique isolé dans l'espace, qui créera tout autour de lui un champ évidemment électrique. Ce champ électrique, semblable au champ magnétique, aura les mêmes propriétés que nous avons du reste rencontrées dans l'étude de n'importe quelle masse isolée.

Le champ électrique de cette masse isolée, sera traversé par des lignes de force, qui sont maintenant électriques, lesquelles sortant de la masse seront distribuées dans toutes les directions en forme de rayons divergents. Les surfaces équipotentielles seront ici aussi des sphères concentriques ayant toutes, la masse électrique considéré, pour centre. L'intensité du champ électrique sera déterminée d'après les lois établies en magnétisme par le nombre de lignes de force qui traversent normalement l'unité de surface.

Champ électrique de deux pôles. — Deux cas différents peuvent se présenter dans l'étude de champ électrique de deux pôles, savoir: les deux pôles peuvent être de mêmes noms ou de noms contraires. Nous étudierons d'abord le premier cas et pour les pôles de mêmes intensités.

Par le procédé graphique, nous allons construire autour des pôles A_1 et A_2 (fig. 33.) des lignes de niveaux en forme de cercles concentriques comme si ces deux pôles étaient isolés. En réunissant les points d'in-

tersections correspondants nous obtiendrons des courbes représentées par la figure. Chaque point d'intersection est égal à la somme des potentiels



(Fig. 33.)

respectifs, et pour construire les surfaces ou dans la figure, les lignes équipotentielle, on réunit les points dont les sommes sont de mêmes valeurs.

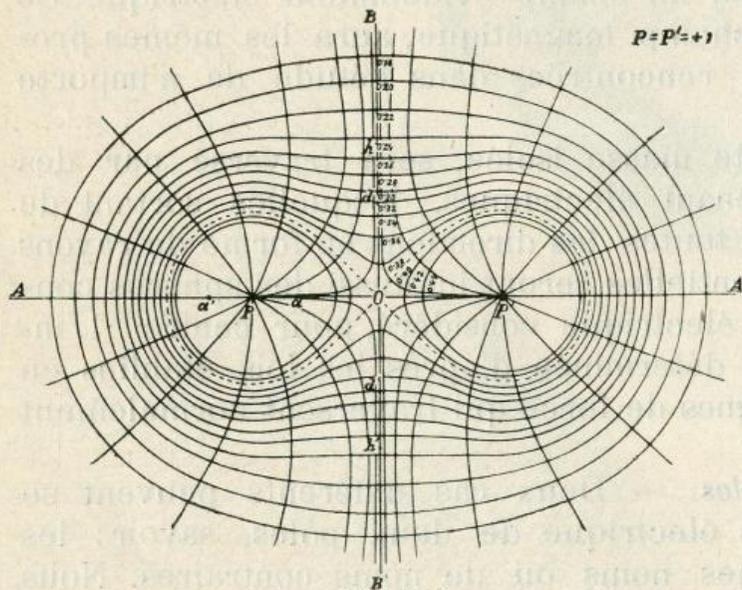


Fig. 34.)

Quant aux lignes de force, on les obtient en tirant des pôles A_1 et A_2 des lignes qui, sur tout leur parcours, restent perpendiculaires aux surfaces équipotentielles.

Tout près des pôles A_1 et A_2 , les surfaces équipotentielles resteront des sphères respectivement des cercles. Mais si cette distance n'est plus très petite, la déformation se montrera et les surfaces équipotentielles seront plus ou moins allongées vers l'autre pôle. En

effet, considérons un point a et a' des deux cotés du pôle P_1 (fig. 34) et aux mêmes distances de ce pôle. Nous aurons le potentiel dans le point a respectivement dans le point a_1 :

$$V_a = \frac{1}{P_a} + \frac{1}{PP_1 - P_a} \text{ et } V_{a'} = \frac{1}{P_a} + \frac{1}{PP_1 + P_a}.$$

Il s'en suit que $V_{a'} < V_a$, c'est-à-dire, que la surface de niveau qui passe par le point a , coupera l'axe dans l'endroit de a_1 plus près de P , de sorte que, cette surface sera plus étirée du côté du pôle P_1 . La même chose arrivera autour du pôle P_1 comme d'ailleurs tout se passe symétriquement autour des deux pôles.

On voit en même temps, que toutes les surfaces équipotentielles n'ont pas la même propriété d'entourer seulement un pôle, comme celles que nous venons de considérer, et qui sont tout près des pôles. Les surfaces plus éloignées et qui sont les résultantes des actions plus considérables de deux pôles, enveloppent les deux pôles en même temps en forme de lemniscates plus ou moins développés. Entre les deux sortes de surfaces de niveau, il en existe une, celle représentée dans la figure en pointillé, qui est pour ainsi dire la surface de passage. Elle est composée de deux parties qui se rencontrent dans le point 0 , par conséquent au milieu de PP_1 ; c'est une surface qui se coupe elle-même. Toutes les surfaces à l'intérieur de celle-ci, entourent chacune un pôle seulement, celles qui se trouvent extérieurement passent autour de deux pôles en même temps. Si ces dernières surfaces ne sont pas éloignées, elles sont plus ou moins pliées vers le point 0 ; celles au contraire, qui sont très éloignées par rapport à la distance PP_1 reprennent sensiblement leurs formes sphériques.

Les lignes de force ne sont plus des droites; elles sont plus ou moins courbées surtout dans la proximité du point 0 . Dans certaines parties, ces lignes sont divergentes pour devenir plus loin convergentes, ce qui prouve que l'action de la force dans ces directions diminue d'abord pour commencer plus loin à croître.

Dans l'exemple suivant nous allons exposer la construction de lignes équipotentielles dans le cas de données numériques. Étant donnés deux points électriques positifs $P = P_1 = 1$, à une distance de 4 cm., on cherche la marche des lignes équipotentielles pour les potentielles de 400, 350, 300, 250, 200 volts.¹⁾ Les valeurs numériques étant données dans les unités pratiques, on trouve dans les unités électrostatiques les valeurs

correspondantes suivantes: $\frac{4}{3}, \frac{7}{6}, 1, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$.

Considérons un point quelconque M dans ce champ; ses distances respectives seront $PM = r_1$ et $P_1M = r_2$; r_1 et r_2 sont exprimées en centimètres. Pour trouver la marche de ligne équipotentielle qui correspond au potentielle de 400 volts, on doit déterminer les valeurs de r_1 et r_2 de telle façon qu'elles satisfassent l'équation suivante:

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{4}{3}.$$

¹⁾ Dr. H. Hovestadt. — Angevandte Potentialtheorie.

A l'aide d'une seconde équation auxiliaire :

$$r_2 - r_1 = 4.$$

on trouve une première paire de valeurs pour r_1 et r_2 . En décrivant autour du point 0_1 un cercle avec le rayon r_1 et autour du point 0_2 un cercle avec le rayons r_2 , le point M sera donné par l'intersection de ces deux cercles. Les différents points de cette même ligne seront donnés par les valeurs suivantes :

$$r_1 = 0.89, 0.90, 0.95, 1.0$$

$$r_2 = 4.89, 4.50, 3.59, 2.0.$$

Il est facile de voir que cette ligne de 400 volts décrite symétriquement autour de chaque pôle diffère très peu d'un cercle. En décrivant autour du point 0_1 deux cercles, l'un avec le rayon de 8.9^{mm} et l'autre avec le rayon de 10^{mm} notre ligne occupera l'espace entre ces deux cercles.

Pour trouver la ligne de 350 volts, nous formerons l'équation :

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{7}{6}$$

qui avec l'équation auxiliaire nous donnera les valeurs suivantes :

$$r_1 = 1.03, 1.10, 1.15, 1.20, 1.24$$

$$r_2 = 5.03, 3.88, 3.37, 3.00, 2.76.$$

Ces valeurs nous donneront autour des pôles 0_1 et 0_2 deux courbes fermées dont la différence des cerles est plus sensible.

L'équation :

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = 1.$$

nous fournira des éléments nécessaires pour la construction de la ligne de 300 volts. Ces éléments sont les suivants :

$$r_1 = 1.24, 1.40, 1.60, 1.80, 2.00$$

$$r_2 = 5.24, 3.50, 2.67, 2.25, 2.00$$

C'est la ligne de passage que nous venons d'étudier tout à l'heure et qui passant autour des deux pôles se coupe elle-même et forme un ∞ .

La ligne équipotentielle de 250 volts sera donnée par l'équation :

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{5}{6}$$

et par les valeurs suivantes :

$$r_1 = 1.53, 1.60, 1.80, 2.00, 2.20, 2.40$$

$$r_2 = 5.53, 4.80, 3.60, 3.00, 2.64, 2.40.$$

La ligne obtenue à l'aide de ces valeurs passe autour des deux pôles en se rapprochant du point d'intersection de la ligne précédente.

Enfin l'équation :

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} = \frac{2}{3}$$

nous fournira la ligne correspondante au potentiel de 200 volts construite à l'aide des valeurs suivantes :

$$r_1 = 2.00, 2.20, 2.40, 2.60, 2.80, 3.00.$$

$$r_2 = 6.00, 4.71, 4.00, 3.55, 3.23, 3.00.$$

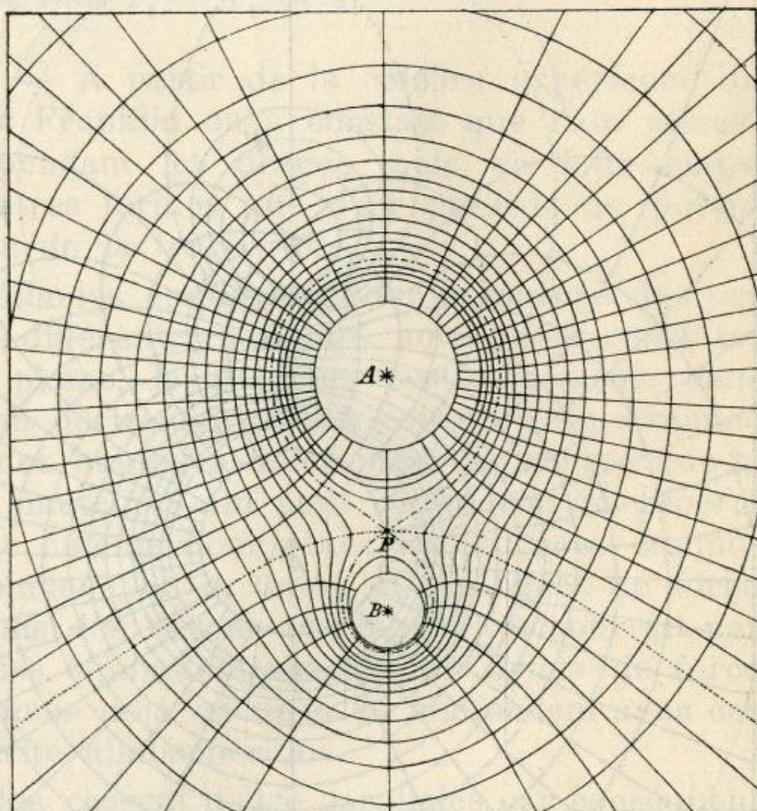
Pour compléter ce champ électrique par des lignes de force, on n'a qu'à tirer de P et P_1 des lignes, qui seront perpendiculaires aux lignes équipotentielles déjà obtenues.

Nous venons de considérer un champ électrique formé par deux pôles positifs de même grandeur. Supposons, qu'un de ces pôles diminue, passe par zéro et devienne négatif; la distance des deux pôles pendant ces changements reste toujours la même.

Pour fixer les idées, nous considérons le cas spécial où les deux pôles sont positifs; l'intensité de l'un est égale à $+1$ et de l'autre à $+\frac{1}{4}$. L'équation de condition sera maintenant :

$$\frac{1}{r_1} + \frac{1}{4r_2} = V.$$

L'aspect du champ est représenté par la (fig. 35). On voit qu'ici aussi existe la courbe de passage qui entoure les deux pôles; le point d'intersection n'est plus au milieu mais plus rapproché du pôle plus faible, de



(Fig. 35).

façon que sa distance du pôle plus fort est aux $\frac{2}{3}$ de la distance des deux pôles. La ligne qui passe maintenant par ce point d'intersection n'est plus une ligne droite mais c'est une courbe de 6^{me} degrés.

Si le deuxième pôle diminue davantage, ce point d'intersection se rapprochera de plus en plus de ce pôle, de sorte que si ce pôle devient zéro, nous n'aurons qu'un seul pôle électrique dont le champ nous est complètement connu.

Ce deuxième pôle, après avoir passé par zéro devient négatif. Le champ électrique change. Dans le cas spécial où le premier pôle reste

égal à $+1$ et le second à $-\frac{1}{4}$, l'équation potentielle devient:

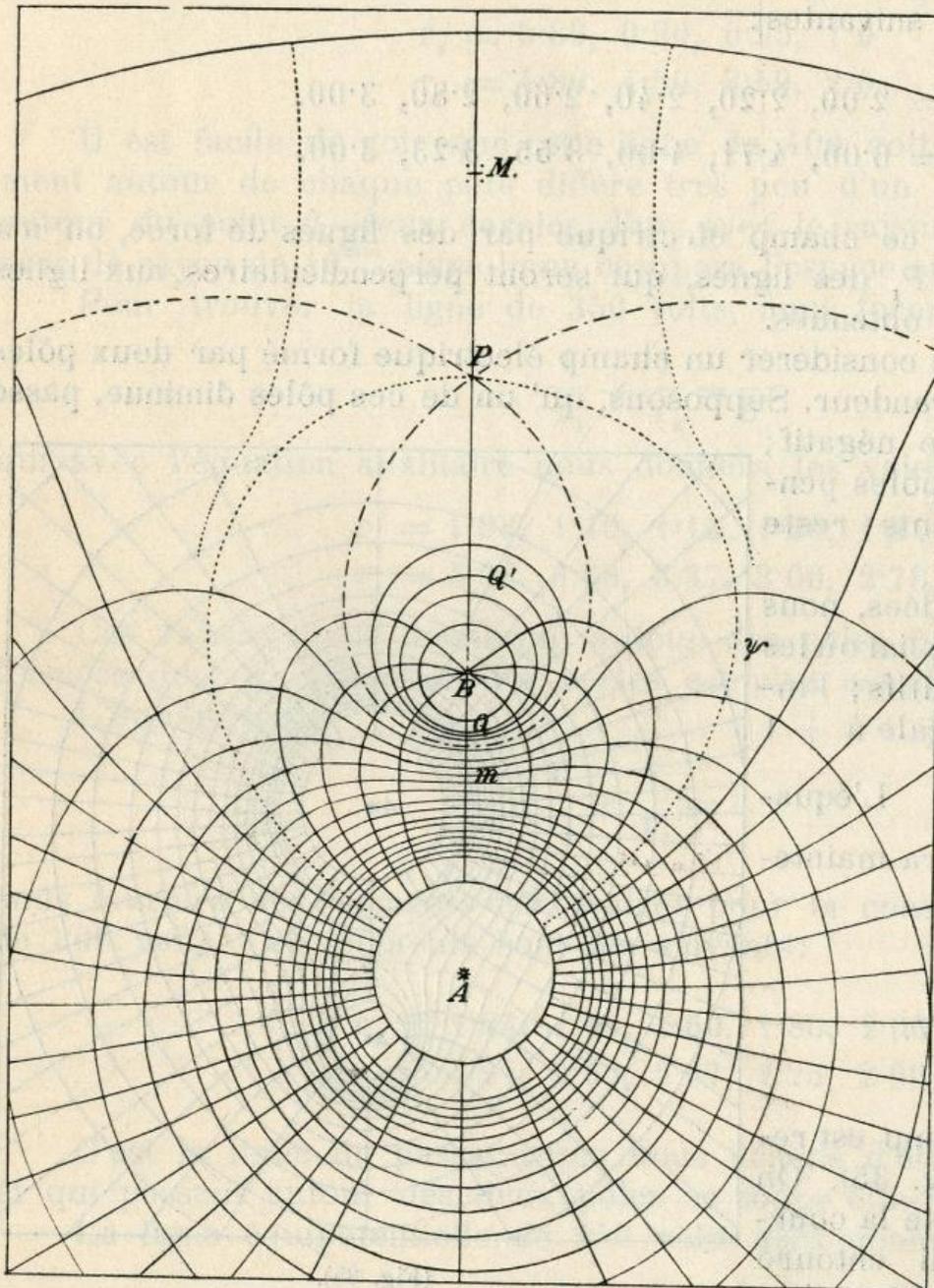
$$\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} = V.$$

La marche des lignes équipotentielle ainsi que des lignes de force pour ce cas spécial est représentée par la (fig. 36), qui s'explique par elle-même.

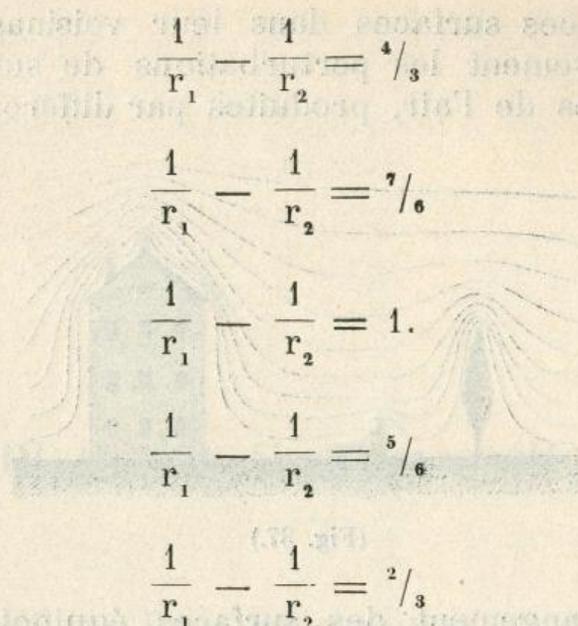
En poursuivant la décroissance du second pôle, il deviendra égal à -1 et nous aurons deux pôles de même grandeur, mais de signes contraires. La marche de ses lignes de force et des surfaces équipotentielles a été expliquée en magnétisme et présentée dans la fig. 10.

Si l'on voulait chercher les lignes de niveau pour les

valeurs des potentielles par exemple: ± 400 , ± 350 , ± 300 , ± 250 , ± 200 , etc. volts on n'a qu'à se servir des équations suivantes:



(Fig. 36.)



ainsi que des équations auxiliaires :

$$r_2 + r_1 = 4 \text{ et } r_2 - r_1 = 4.$$

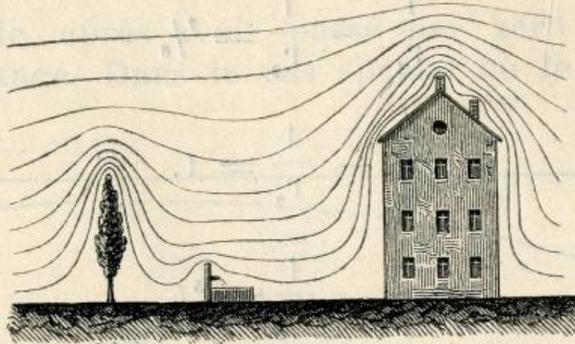
L'électricité atmosphérique. — A partir de la célèbre expérience du cerf volant électrique, faite par Franklin on a constaté que l'air atmosphérique est, non seulement pendant les orages mais en tout temps, chargé d'électricité, ou en d'autres termes que l'air possède un potentiel électrique différent de celui de la terre.

Sans nous occuper des méthodes employées pour la mesure des potentiels électriques de l'air dans différentes hauteurs, nous allons constater seulement qu'au-dessus d'une plaine, le potentiel reste le même dans différents points d'un même plan horizontal. Si au contraire on examine l'état électrique de l'air dans des hauteurs différentes, on trouve que le potentiel de l'air croît avec la hauteur.¹⁾ On peut considérer en général le champ électrique de la terre comme homogène; les surfaces équipotentiellles sont parallèles à la surface de la terre, et les lignes de force se confondent avec les directions des rayons terrestres. On pourrait par conséquent dire, que les surfaces équipotentiellles et les lignes de force telluriques dont nous nous sommes déjà occupés se confondent avec ces mêmes éléments dus à l'électricité atmosphérique.

Les surfaces équipotentiellles cessent d'être parallèles par conséquent le champ électrique de l'air atmosphérique cesse d'être homogène si la surface de la terre n'est pas plane, et si elle est couverte de différentes inégalités, comme par exemple des montagnes, des maisons, des arbres etc. Tous ces objets dérangent la disposition des surfaces équipotentiellles en couches parallèles et horizontales en produisant une condensation plus

¹⁾ Dr. F. Exner. — Vorlesungen über Elektrizität.

ou moins grande de ces surfaces dans leur voisinage. La (fig. 37.) représente approximativement les perturbations de surfaces (lignes) équipotentiels électriques de l'air, produites par différents objets. Il va sans



(Fig. 37.)

dire, qu'avec le dérangement des surfaces équipotentiels, les lignes de force ne peuvent plus rester verticales; elles suivent différentes directions en restant toujours perpendiculaires à ces surfaces.

IV. Champ électromagnétique

Un courant rectiligne. Dans les chapitres précédents, nous avons examiné les champs magnétiques et électriques séparément. Il existe pourtant une certaine relation entre ces deux classes de phénomènes qui sont connus sous le nom de phénomènes électromagnétiques. Nous allons en exposer quelques cas, dont nous ferons l'application dans les chapitres suivants.

Il est hors de doute, qu'un courant électrique, sur tout son parcours crée un champ magnétique et agit sur une aiguille aimantée suivant les lois établies. Si l'on désigne par i , l'intensité d'un courant rectiligne de longueur = 1, par μ , la masse magnétique exposée à l'action magnétique du courant, et par r la distance, on a cette action φ normalement au courant, représentée par la formule

$$\varphi = k \cdot \frac{i\mu}{r}$$

k , étant un coefficient constant.

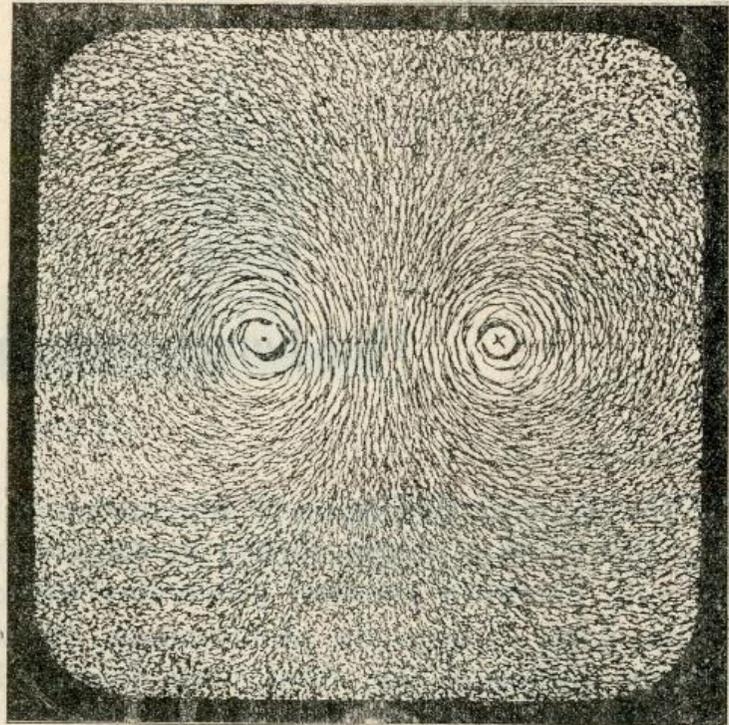
Une autre méthode, de constater l'action magnétique d'un courant est la suivante. Si dans le voisinage du conducteur électrique se trouve des limailles de fer, elles seront attirées par le conducteur sur toute sa longueur, et se rangeront tout autour de lui. Sitôt que le courant sera coupé, l'action magnétique cessera.

En prenant une feuille de carton, et en faisant un petit trou par lequel nous ferons passer un conducteur du courant électrique, nous verrons, en distribuant des limailles de fer sur le carton, que cette limaille formera des cercles concentriques autour du conducteur. Ce sont des lignes de force magnétiques produites par le courant électrique. Par conséquent, les lignes de force d'un courant rectiligne sont des cercles concentriques, dont les centres se trouvent dans l'axe du courant et dont les plans sont perpendiculaires à cet axe.

Nous pouvons reproduire l'image de cercles concentriques dans n'importe quel plan perpendiculaire à l'axe du courant rectiligne. Il s'en suit, que les lignes de force sur toute la longueur du courant, forment des *cylindres concentriques* ayant tous le conducteur lui-même pour axe. Nous leur donnons le nom de „*cylindres de force*“ et la (fig. 38.) représente leur aspect général.



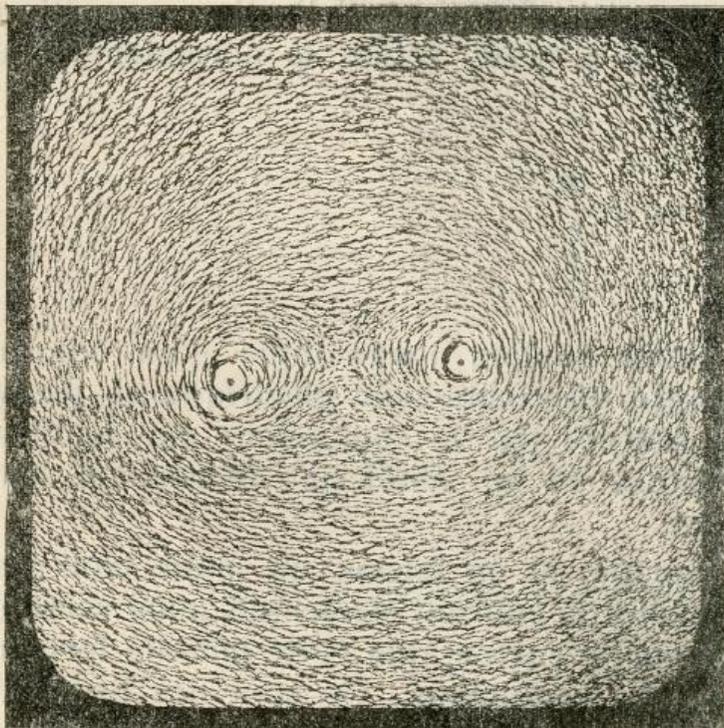
(Fig. 38.)



(Fig. 39.)

Deux courants de sens inverses. —

Nous allons courber maintenant le conducteur ou l'axe du courant, de telle façon, que le cou-



(Fig. 40.)

rant monte dans une partie du conducteur et descende dans l'autre, en le faisant passer par deux trous du même carton. Les limailles de fer nous montreront maintenant qu' autour de chaque partie du conducteur se forment des courbes, qui ne sont plus des cercles complets mais qui en diffèrent d'autant plus qu' ils sont plus éloignés des conducteurs (fig. 39.) Dans la partie comprise entre les deux conducteurs, ces courbes seront plus serrées, et rappellent par leur aspect général les lignes équipotentiels de deux pôles électriques ou magnétiques de signe contraire, représentées sur les fig. 9 et 10).

Deux courants parallèles de même sens. — Nous allons nous occuper maintenant du champ électromagnétique de deux courants rectilignes parallèles et de même sens. Nous ferons passer à travers le carton

deux conducteurs parallèles, à une certaine distance l'un de l'autre; le plan du carton sera perpendiculaire à la direction des conducteurs. Le courant qui passera par les conducteurs en même temps, aura le même sens, de bas en haut par exemple.

Si les deux conducteurs sont assez éloignés l'un de l'autre, leurs champs n'auront aucune influence l'un sur l'autre; autour de chacun se formera des cercles concentriques de limailles de fer, ayant l'axe du courant pour centre, comme si l'autre courant n'existait pas. Si l'on rapproche les deux conducteurs à une telle distance, que leurs champs s'influencent mutuellement, l'aspect du phénomène changera (fig. 40.).

M. Ebert¹⁾ qui a étudié spécialement les champs électromagnétiques des courants, décrit le cas qui nous occupe dans les termes suivants. Les deux conducteurs sont entourés de courbes en forme de lemniscates. Les parties intérieures des courbes résultantes sont d'en haut et d'en bas assez fortement pressées et pliées. Exactement au milieu, entre les deux conducteurs, les deux parties de la courbe se touchent et forment, à cet endroit, un point double. Les lignes de force qui se trouvent à l'intérieur, de cette courbe sont des ovales séparés et fortement allongés dans la direction qui réunit les deux conducteurs. Seulement les lignes très rapprochées des conducteurs ont la forme circulaire. Les lignes extérieures en s'éloignant, perdent leurs formes de lemniscates et deviennent des ovales allongés ou prennent les formes d'ellipses. Dans les parties très éloignées les deux champs sont tellement réunis, qu'on pourrait dire qu'ils proviennent d'un seul courant: seulement l'intensité du champ est double.

Nous retrouvons ici par conséquent le champ, formé par des lignes équipotentielles résultantes de deux masses électriques ou de deux pôles magnétiques de même signe. La figure 33. dessinée pour ce cas spécial, prouve l'identité complète.

Si nous poursuivons la marche des lignes de force obtenues (dans une section perpendiculaire à la direction de deux courants) tout le long des conducteurs rectilignes, nous trouverons que le champ magnétique de ces deux courants est formé de cylindres de force, de sections différentes. Les sections des cylindres très rapprochées des axes, sont sensiblement circulaires, les autres sections sont plus ou moins ovoïdes. En passant par un cylindre de passage, qu'on peut considérer comme deux cylindres de sections ovoïdes qui se touchent, on arrive à des cylindres de sections en forme de lemniscates plus ou moins pliés; plus loin les sections de cylindres de force deviennent elliptiques pour se terminer par des cylindres sensiblement circulaires entourant les deux axes des courants. Notre (fig. 41.) donne un aspect approximatif de ces cylindres de force.

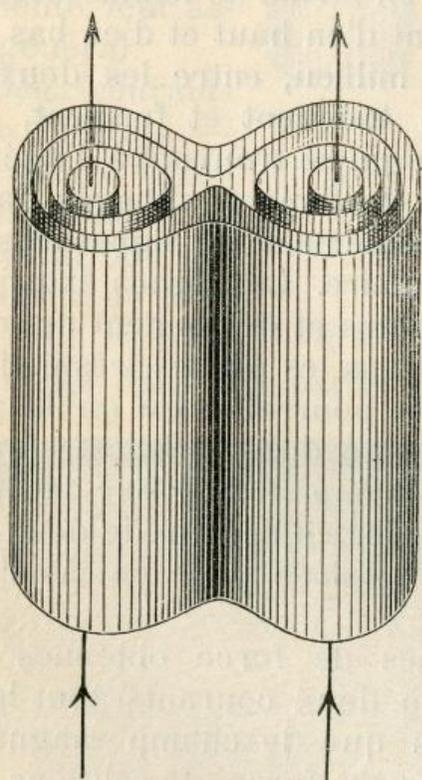
Deux courants rectilignes croisés. — En poursuivant l'étude des champs électromagnétiques, nous nous arrêterons au cas spécial suivant. Il s'agit

¹⁾ Magnetische Kraftfelder I.

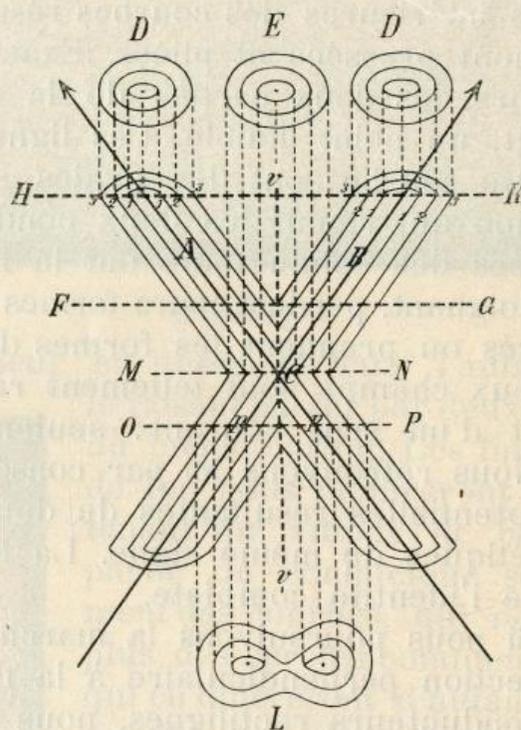
de déterminer le champ magnétique de deux courants électriques rectilignes, *croisés* et de même sens; pour plus de simplicité, nous supposons, que les deux courants sont dans le même plan.

Il est évident que chaque courant sera entouré de ses cylindres concentriques de force qui se rencontreront près du point de croisement. Soient les deux courants *A* et *B* (fig. 42.) avec leurs sens, se croisant dans le point *C*. Les lignes 1,1; 2,2; 3,3; sont des lignes de section méridionale des cylindres de force. Les sections des cylindres de force, exécutées normalement à la direction *vv*, seront différentes et dépendront de la distance de la section considérée au point de croisement *C*.

Menons un plan normal à la direction *vv* à la hauteur *HK*. Les deux courants sont ici très éloignés l'un de l'autre, et il n'y aura aucune



(Fig. 41.)



(Fig. 42.)

influence mutuelle; les cylindres de force ne seront pas déformés et l'aspect de leurs sections est représenté par des coupes *DD*. Cet aspect ne changera pas sensiblement entre les hauteurs *HK* et *FG*.

En entrant dans la partie où les cylindres de force s'entrecoupent, nous retrouvons les cas déjà étudiés. Dans un plan par exemple *OP*, nous pouvons considérer les points *pp*, où ce plan coupe les courants, comme deux éléments rectilignes et parallèles des courants de même sens. Ces deux courants élémentaires, étant très rapprochés, agiront l'un sur l'autre et formeront un champ caractéristique aux courants rectilignes parallèles et rapprochés. La section des cylindres de force exécutée normalement à la direction *vv* et à la hauteur *OP*, nous offrira l'aspect de la coupe *L*.

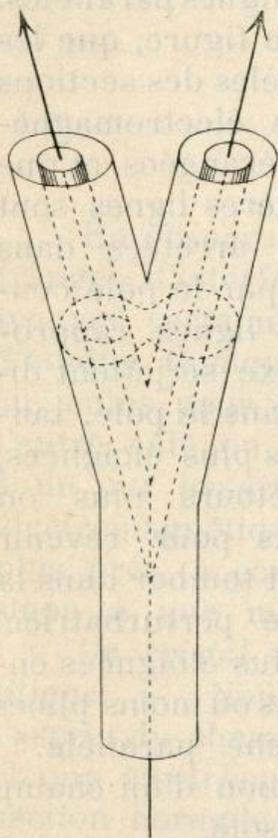
Il est facile de voir, qu'une section, MN passant par le point de croisement C nous montrera la forme des cylindres de force représentée par la coupe E . Les mêmes raisonnements sont applicables et les mêmes résultats seront obtenus dans le cas d'un courant bifurqué (fig. 43.).

Remarque. — Au commencement de ce chapitre, nous avons établi la relation :

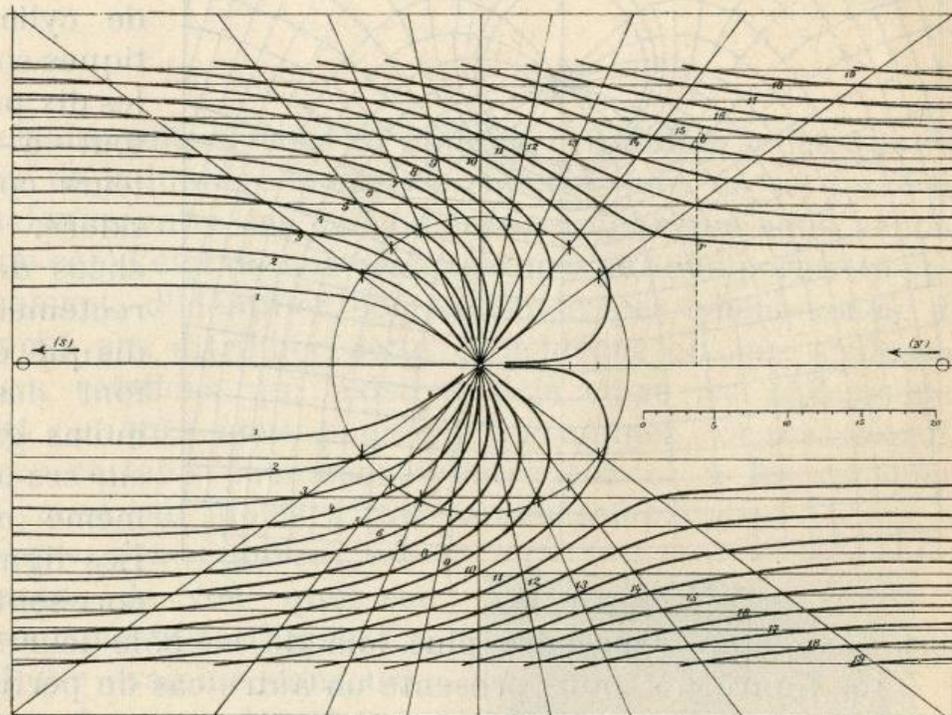
$$\varphi = k \frac{i\mu}{r}.$$

En supposant que μ devienne $= 1$. on a :

$$\varphi = k \frac{i}{r}.$$



(Fig. 43.)



(Fig. 44.)

Puisque φ , pour un certain courant donné i , ne dépend que de r , on voit que cette action, qui est une force, reste constante pour r constant, c'est-à-dire tout autour du courant, ou en d'autres termes, sur la périphérie d'un cercle. Chaque déplacement de l'unité magnétique considérée sur cette circonférence, ne produit aucun travail; c'est par conséquent une ligne équipotentielle. Et comme r peut rester constant non seulement dans un seul plan normal à l'axe du courant, mais aussi tout le long de ce courant, on voit que les „cylindres de force“ dont nous venons de nous occuper sont en même temps des *surfaces équipotentielles* ou des *cylindres équipotentiels*.

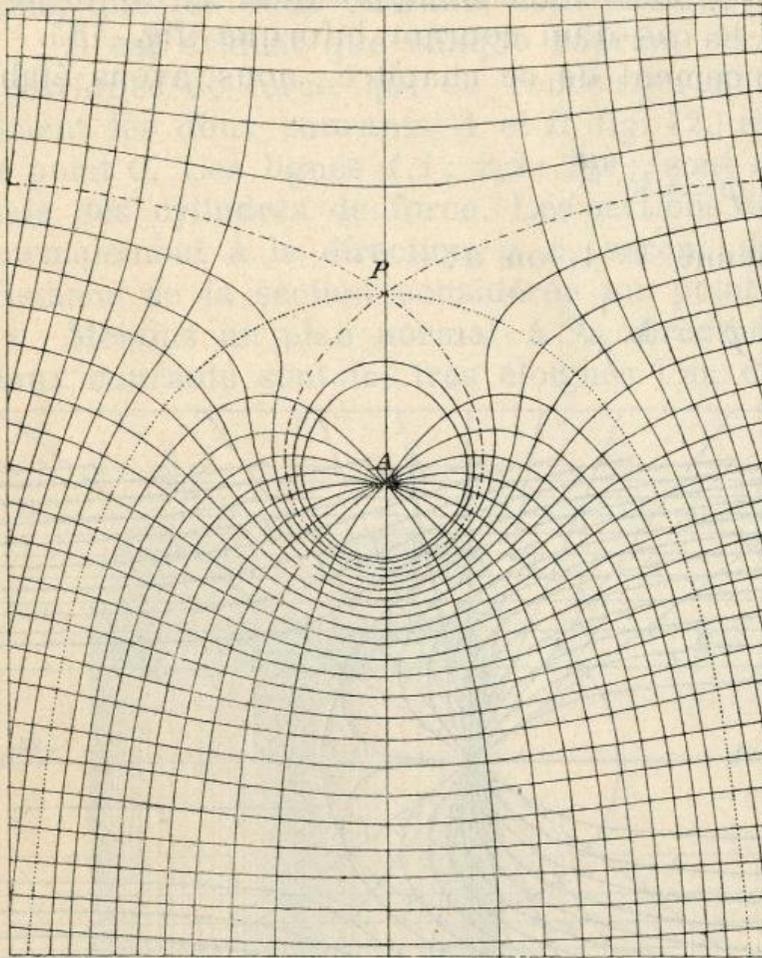
Perturbations dans un champ électromagnétique. Considérons une coupe longitudinale d'un champ électromagnétique formé par un courant rectiligne. Cette coupe sera représentée par des lignes parallèles, traces des cylindres concentriques équipotentiels (fig. 44.). Nous aurons par conséquent un

champ électromagnétique longitudinal qui, du reste, peut être homogène si l'équation de condition :

$$H\pi (\varrho_n^2 - \varrho_{n-1}^2) = 1$$

est satisfaite.

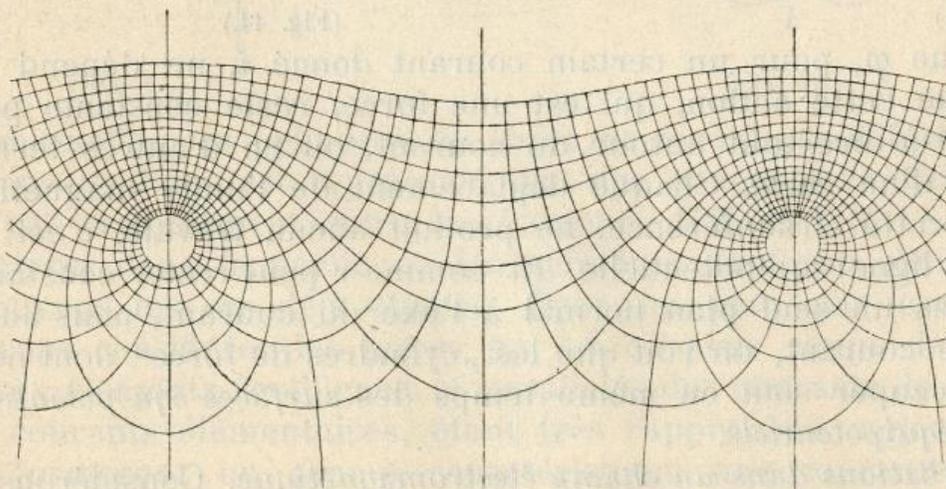
Supposons que l'axe de ce champ contienne un pôle quelconque P, qui par sa présence, produira une perturbation de lignes parallèles. On voit sur la figure, que les traces parallèles des sections de cylindres électromagnétiques sont dérangées, et que les dix premières lignes sont tout-à-fait arrêtées dans leurs cours par le pôle considéré. Les lignes rapprochées de l'axe se jettent directement dans le pôle, tandis que celles plus éloignées, font des détours plus ou moins grands pour revenir sur ses pas et tomber dans la même masse perturbatrice. Les lignes plus éloignées encore sont plus ou moins pliées



(Fig. 45.)

vers l'axe, pour reprendre plus loin de ce pôle leur marche parallèle.

La figure 45. nous présente un autre cas de perturbation d'un champ électromagnétique, produite par un pôle ou un courant isolé.



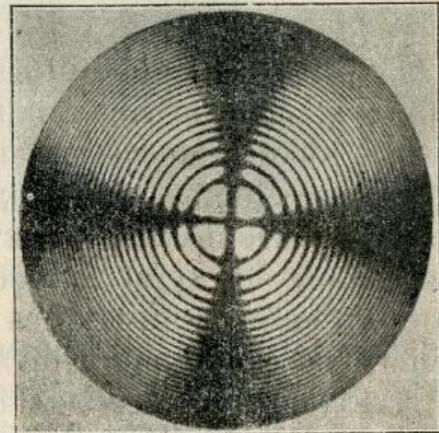
(Fig. 46.)

Enfin la fig. 46 nous montre d'après Maxwell l'effet de perturbation du même champ, produite par deux pôles ou deux courants.

V. Le champ optique

En observant certains phénomènes en optique cristalline, telles que les franges d'interférence de la lumière polarisée, par exemple, on est forcé de trouver certaines analogies entre ces phénomènes, et ceux que nous venons d'étudier. Quoique d'un côté l'état de nos connaissances ne nous permette pas, au moins pour le moment, d'identifier complètement ces phénomènes, de l'autre côté on ne peut pas attribuer cette coïncidence ou ces analogies à un pur hasard. Les relations qui existent déjà entre les phénomènes électromagnétiques et optiques nous poussent à examiner ces analogies de plus près, à comparer certains phénomènes entre eux et à les ramener, sinon à une même cause, au moins à des causes semblables.

Un cristal a un axe et un courant rectiligne. — Nous venons de voir quel est l'aspect du champ d'un courant rectiligne. Ce champ électromagnétique examiné dans une section normale à l'axe du courant, présente des cercles concentriques, ayant l'axe du courant comme centre. Le „champ optique“ d'un cristal à un axe, observé perpendiculairement à l'axe entre le polariseur et l'analyseur, montre aussi des cercles concentriques ayant l'axe du cristal comme centre (fig. 47.). Si le conducteur électrique est isolé des autres influences, le courant qui le traverse, formera sur son passage et autour de ce conducteur un champ homogène. Il s'agit de chercher quelle est la nature du champ optique d'un cristal à un axe.



(Fig. 47.)

Nous avons trouvé, en nous occupant des champs homogènes axiaux qu'un champ homogène doit satisfaire l'équation:

$$H\pi\rho_n^2 = n$$

où n est un nombre entier, correspondant à la surface cylindrique considérée et ρ le rayon de ce cylindre; H est l'intensité du champ. Puisqu'il n'est pas difficile de mesurer directement les rayons ou plutôt les diamètres des anneaux d'un cristal, observés dans la lumière polarisée, on déterminera la nature du champ optique, en introduisant dans la formule les valeurs correspondantes aux différents anneaux. Dans le cas d'un champ homogène la valeur de H doit être constante.

En mesurant directement les anneaux d'une lame de spath on a trouvé les valeurs suivantes:

$$\rho_1 = 19.5, \rho_2 = 27.5, \rho_3 = 34.0, \rho_4 = 39.0, \rho_5 = 43.0.$$

On a alors:

$$H = \frac{1}{\pi \rho_1^2} = \frac{2}{\pi \rho_2^2} = \frac{3}{\pi \rho_3^2} \dots = \frac{n}{\pi \rho_n^2}$$

$$= 0.00334; 0.00336; 0.00330; 0.00334; 0.00336.$$

Une autre lame de spath a donné les valeurs suivantes:

$$\rho_1 = 25.5; \rho_2 = 36.0; \rho_3 = 44.0; \rho_4 = 51.0.$$

En substituant ces valeurs pour ρ , on trouve:

$$H = 0.00196; 0.00196; 0.00193; 0.00195.$$

Ces chiffres nous autorisent de considérer le champ optique d'un cristal à un axe, comme un „champ homogène“.

La loi de succession des anneaux colorés dans les cristaux à un axe est connue depuis longtemps. On sait que les carrés des rayons correspondants varient comme la suite des nombres entiers. On voit seulement que cette même loi régit la succession des surfaces équipotentielles dans des champs électromagnétiques axiaux et homogènes. On peut par conséquent énoncer la conclusion suivante:

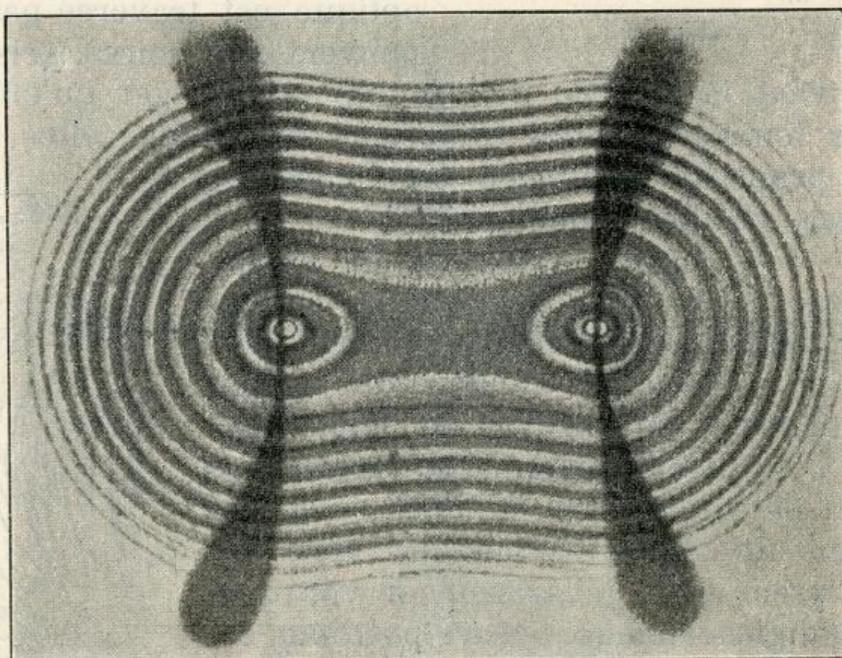
Les lois de succession des anneaux colorés dans les cristaux à un axe ainsi que des surfaces équipotentielles dans les champs électromagnétiques axiaux et homogènes sont les mêmes.

Il y a encore un phénomène qui accompagne les anneaux colorés d'un cristal uniaxial; ce sont des *lignes neutres* qui traversent le champ optique en forme de croix noires, blanches ou grises. L'apparition d'une sorte de croix est déterminée par la position des plans de polarisation; mais quelle que soit la croix visible dans le champ optique, ses parties constitutives coupent les anneaux colorés normalement. Il s'en suit, que les lignes neutres d'un cristal à un axe se comportent par rapport aux

anneaux colorés comme des lignes de force par rapport aux surfaces ou lignes équipotentielles. Par conséquent les lignes neutres d'un cristal à un axe ne sont autre chose qu'une sorte de *lignes de force optiques*. Elles diffèrent des autres lignes de force par exemple magnétiques en ce qu'elles ne sont pas visibles dans tout le champ en même temps, mais seulement par parties et n'apparaissent pas toujours de même façon, car elles se présentent tantôt comme lignes noires, tantôt comme blanches ou enfin grises.

Un cristal à deux axes optiques et deux courants rectilignes croisés. — Nous avons vu quelles sont les sections obtenues avec deux courants rectilignes croisés; nous avons vu que les deux courants sont entourés de surfaces cylindriques ou de cylindres de force; que ces cylindres s'entrecroisent près du point de croisement de leurs courants en influant les uns sur les autres. Une section exécutée dans la partie où les deux courants influent l'un sur l'autre,

normalement à la bissectrice de l'angle compris entre les deux courants, nous est montrée par la f. 42. coupe L. La f. 48. nous présente au contraire l'aspect du champ optique d'un cristal à deux axes, taillé normalement à la ligne moyenne du cristal. La coïncidence est trop évidente pour qu'il soit nécessaire d'insister davantage. Nous présentons seulement par opposition à la fig. 42 dressée pour représenter les coupes



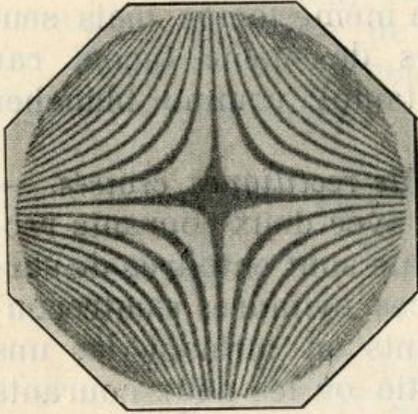
(Fig. 48.)

des cylindres de force dans un champ électromagnétique de deux courants croisés, la même figure par laquelle M. Pelat¹⁾ montre dans le cas d'un cristal biaxe, les trois surfaces isochromatiques correspondantes à trois valeurs différentes de δ , ainsi que la section R. de la surface par un plan perpendiculaire à la bissectrice aiguë de l'angle des axes optiques.

On voit, que la coïncidence est complète entre les phénomènes optiques d'un cristal biaxe et ceux d'un champ électromagnétique quand il s'agit des sections normales à la bissectrice ou à la ligne moyenne. Examinons brièvement les phénomènes observés dans des sections parallèles aux plans des axes, soit optiques, soit électriques.

¹⁾ H. Pelat. — „Polarisation et optique cristalline.“ Paris 1896.

Il est connu qu'une lame d'un cristal biaxe, taillée parallèlement au plan des axes optiques ou plus court, une lame parallèle aux axes optiques, observée entre le polariseur et l'analyseur, donne des lignes colorées



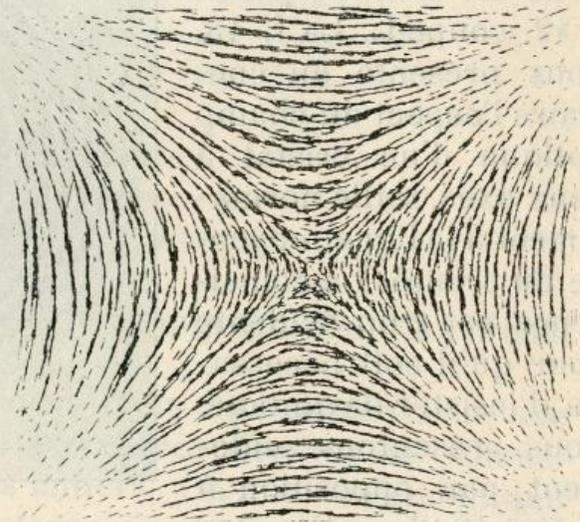
(Fig. 49.)

qui sont des hyperboles équilatères (fig. 49.). En électromagnétisme nous reconnaissons des lignes semblables dans la section des cylindres de force, exécutée parallèlement au plan des deux courants croisés. Expérimentalement nous obtenons ces lignes dans un champ magnétique produit par quatre pôles croisés alternativement, comme le montre la fig. 50.

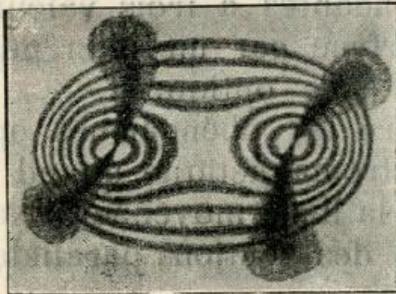
Etudions enfin les lignes neutres, qu'on observe dans le champ optique d'un cristal biaxe. En effet, on voit dans la fig. 48, que le champ optique est traversé par deux lignes neutres qui peuvent être noires, grises ou blanches. En poursuivant la marche de ces lignes on voit qu'elles coupent normalement les lemniscates qui composent le champ; elles possèdent par conséquent la propriété principale des lignes de force électromagnétiques.

Les lignes neutres d'un cristal biaxe ont l'aspect présenté par la fig. 48, seulement pour une certaine position déterminée de plans de polarisation de l'analyseur et du polariseur. Si l'on change l'angle qui est fait par ces deux plans, ou si l'on tourne la lame de cristal en laissant fixes l'analyseur et le polariseur on voit que ces lignes changent leurs positions en gardant leurs formes géométriques et en passant toujours par les deux pôles du champ (fig. 51.). Dans des conditions optiques déterminées, ces lignes neutres ont la forme d'une croix (fig. 52.) passant par les deux pôles.

Tel est le phénomène optique d'un cristal biaxe. Comparons cela aux lignes de force d'un champ électromagnétique bipolaire de même sens. La

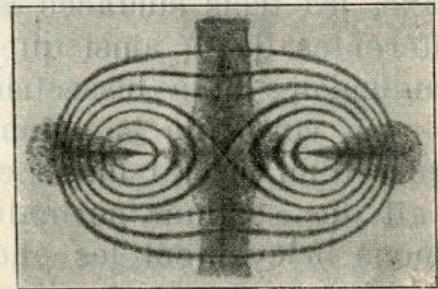


(Fig. 50.)



(Fig. 51.)

Tel est le phénomène optique d'un cristal biaxe. Comparons cela aux lignes de force d'un champ électromagnétique bipolaire de même sens. La

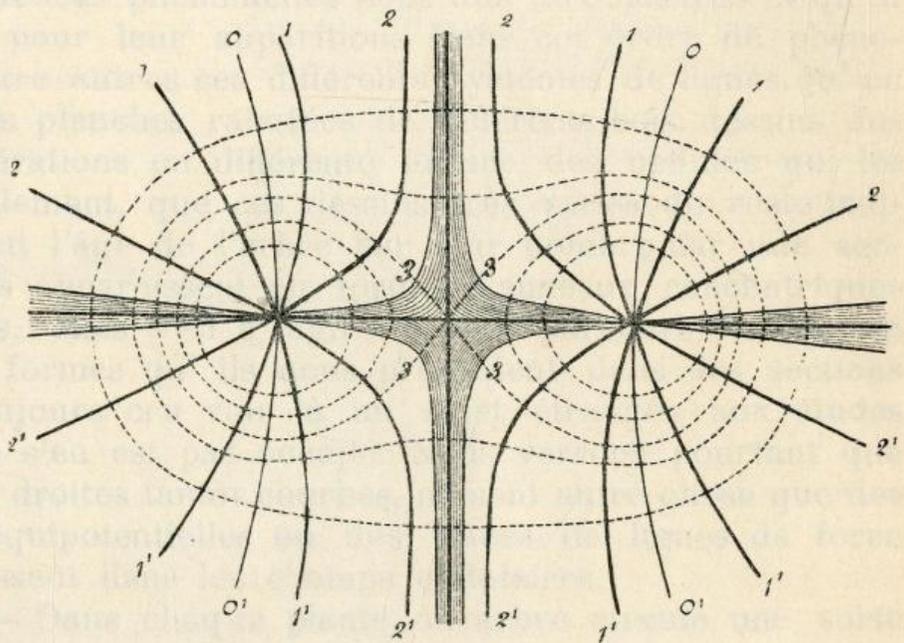


(Fig. 52.)

fig. 53. nous représente un tel champ. Cette figure est la reproduction de la fig. 34 dressée d'après les données numériques, avec cette différence,

que ce sont maintenant les lignes de force qui font la partie principale de la figure. En comparant les lignes neutres optiques aux lignes de force électromagnétiques, on voit que la position des lignes neutres de la fig. 48. correspond aux deux lignes de force 00_1 , 00_1 , de la fig. 53. En changeant les conditions optiques les lignes neutres se déplacent et ces déplacements correspondent aux positions des lignes de force $11'$, $22'$ etc. de la fig. 53, de façon qu'en tournant la lame ou l'analyseur on voit successivement toutes les lignes de force du champ. Pour une position déterminée apparaît la croix noire; cette croix n'est pas composée de deux lignes à angle droit; c'est plutôt un paquet (croisé) des lignes de force comprises entre les branches des hyperboles désignées par les n^{os} 3 dans la fig. 53. Et puisque ces hyperboles, comme toutes les autres d'ailleurs, passent par les pôles du champ, les parties correspondantes à la croix, se réduisent sensiblement à des points, dans ces endroits.

Toutes ces considérations nous autorisent à conclure: 1) que le champ optique d'un cristal uniaxe ou biaxe correspond à un champ électromagnétique unipolaire ou bipolaire; 2) que les lignes isochromatiques optiques correspondent aux lignes équipotentielles électromagnétiques et 3) que les lignes neutres sont une sorte de lignes de force qu'on voit successivement dans toute l'étendue du champ optique.



(Fig. 53.)

Les surfaces isochromatiques et les surfaces isopotentielles. — M. Bertin¹⁾ a cherché à représenter l'ensemble des phénomènes que nous venons de voir dans les cristaux uniaxes et biaxes par des surfaces telles, que leurs intersections par un plan déterminé reproduisent les courbes isochromatiques correspondantes. A ces surfaces il a donné le nom de *surfaces isochromatiques*. Ces surfaces sont caractérisées par des différences de marche constantes, Δ , de façon que, si l'on désigne par ϱ_1 et ϱ_2 les vitesses de propagation de deux rayons lumineux dans une certaine direction on a

$$\Delta = C \left(\frac{1}{\varrho_2} - \frac{1}{\varrho_1} \right) = m\lambda.$$

l'équation d'une surface isochromatique d'ordre m , (C , étant une constante).

¹⁾ E. Mascart — Traité d'optique II.

De l'autre côté, le travail que l'unité de masse produira dans un champ quelconque M , en se déplaçant d'une surface de rayon ρ_2 à une autre rayon ρ_1 est donné par l'équation fondamentale du potentiel

$$V = M \left(\frac{1}{\rho_2} - \frac{1}{\rho_1} \right)$$

Dans le cas où V devient constant, nous avons dans l'équation une surface de même travail, ou une *surface équipotentielle*.

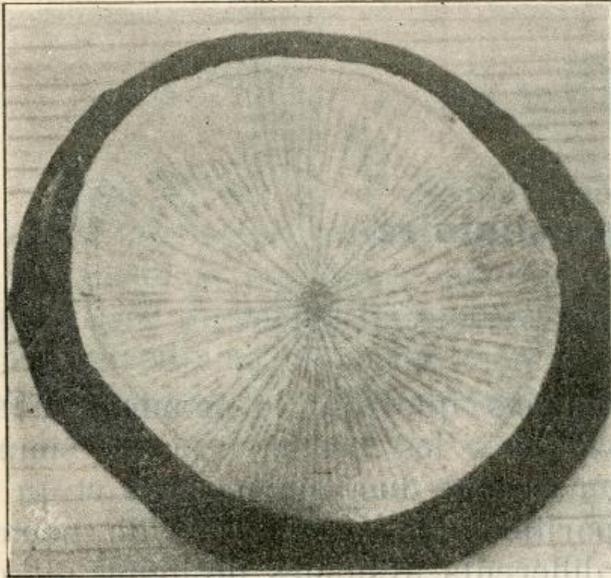
Les deux équations, par leurs formes ainsi que par leurs significations, sont de même nature, et par conséquent les surfaces isochromatiques introduites dans les phénomènes optiques sont de même nature que les surfaces équi-ou isopotentielles dans les phénomènes électromagnétiques.

VI. Le champ cellulaire

Il y a dans la nature des phénomènes que tout le monde connaît et dont personne ne s'occupe de rechercher les lois pour cette simple raison, qu' on croit, que ces phénomènes sont dus aux hasards et qu' il n' y a pas de règles pour leur apparition. Dans cet ordre de phénomènes appartiennent entre autres ces différents systèmes de lignes qu' on voit se dessiner sur des planches rabotées de différents bois, dessins dus aux différentes agglomérations ou différente nature des cellules qui les composent. On sait seulement, que ces dessins très variés du reste indiquent approximativement l'âge de l'arbre par leur nombre sur une section transversale, où ils apparaissent en forme d'anneaux concentriques plus ou moins réguliers. Mais s' il s' agit de leur parcours le long de l'arbre, des différentes formes qu' ils nous présentent dans des sections longitudinales, on a toujours cru voir là un sujet étranger aux études scientifiques, et l'on ne s'en est pas occupé. Nous verrons pourtant que toutes ces lignes, tantôt droites tantôt courbes, ne sont autre chose que des sections des surfaces équipotentiellles ou des traces de lignes de force qui, cette fois, apparaissent dans les champs cellulaires.

Champ cellulaire. — Dans chaque plante ou arbre circule une sorte de courant lequel crée, comme le courant électrique, sur tout son parcours, un champ qui nous pouvons nommer *cellulaire*, puisque ce sont des cellules qui lui obéissent. Pour fixer les idées nous supposerons seulement que ce courant suit l'axe de l'arbre et nous ne rechercherons pas si ce champ considéré est créé par le courant de la sève qui monte ou descend, ou par un véritable courant électrique, (puisqu' il paraît qu' il y a des phénomènes qui indiqueraient une circulation d'électricité dans certaines plantes). Dans l'arbre qui n' a pas de branches, nous avons un courant rectiligne; à la première branche le courant se bifurque et circule dans l'arbre ainsi que dans les branches (quel que soit leur nombre) toujours dans le même sens. Chaque branche est caractérisée par un noeud dans l'arbre principal. Il s'en suit qu' un noeud peut être considéré comme une source d'un courant secondaire. Comparé aux phénomènes électromagnétiques, le neud joue le rôle d'un courant, d' un pôle ou d' une masse électrique ou magnétique.

Ordinairement, un seul courant circule dans l'arbre ou dans la plante; nous avons dans ce cas un champ à un axe. Il arrive quelquefois, qu' il circule dans la plante deux ou plusieurs

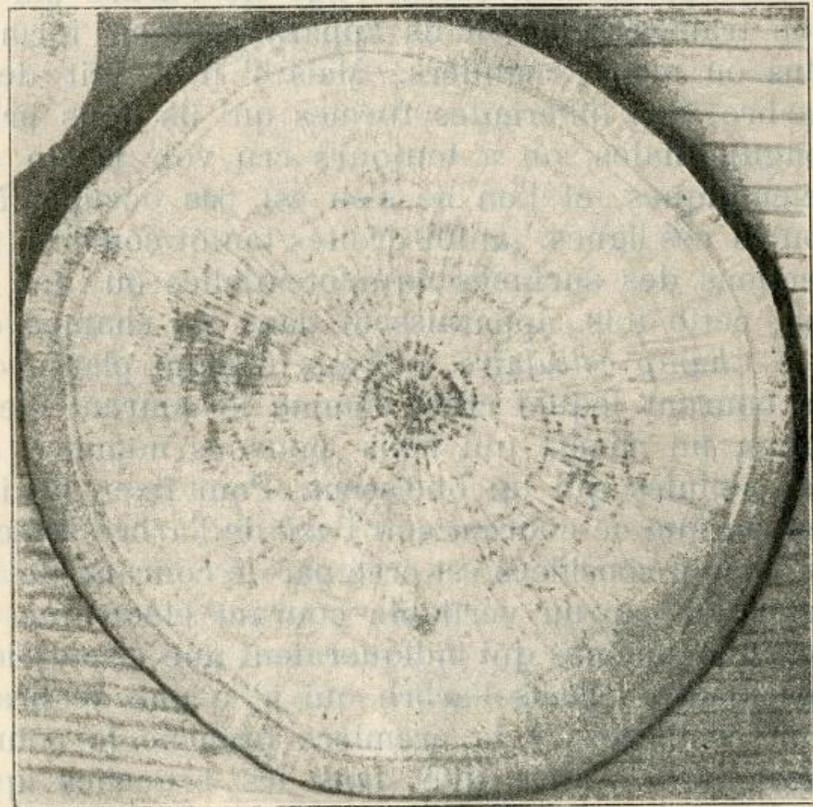


(Fig. 54.)

courants parallèles et de même sens. Ces courants créeront un champ à deux ou plusieurs axes et nous verrons plus loin, quels sont les signes servant à reconnaître ces champs.

Les lignes de force et les surfaces équipotentiellles. — Dans un champ magnétique, nous n'avons pu constater par expérience (à l'aide de limailles de fer) que les lignes de force; les surfaces équipotentiellles magnétiques sont invisibles. Dans un champ cellulaire nous pouvons voir sur certaines plantes ou certains arbres seulement les lignes de force, sur d'autres seulement les surfaces équipotentiellles. Il y a pourtant des arbres qui, sur une même section, laissent voir en même temps les traces de ces deux éléments, ainsi qu' il y en a où l'on ne voit ni lignes de force ni surfaces équipotentiellles.

Le champ cellulaire d'un arbre où d'une plante avec ses lignes de force et les surfaces équipotentiellles peut être comparé au champ créé par un courant électrique rectiligne. Là, comme ici nous trouvons sur une section normale à l'axe, des cercles concentriques, qui, sur toute la longueur de l'arbre ou du courant, donneront des surfaces équipotentiellles. Les lignes de force, partant de l'axe même de l'arbre, se montreront (où c'est du reste visible) comme des rayons et seront toujours normales aux surfaces mentionnées ci avant.



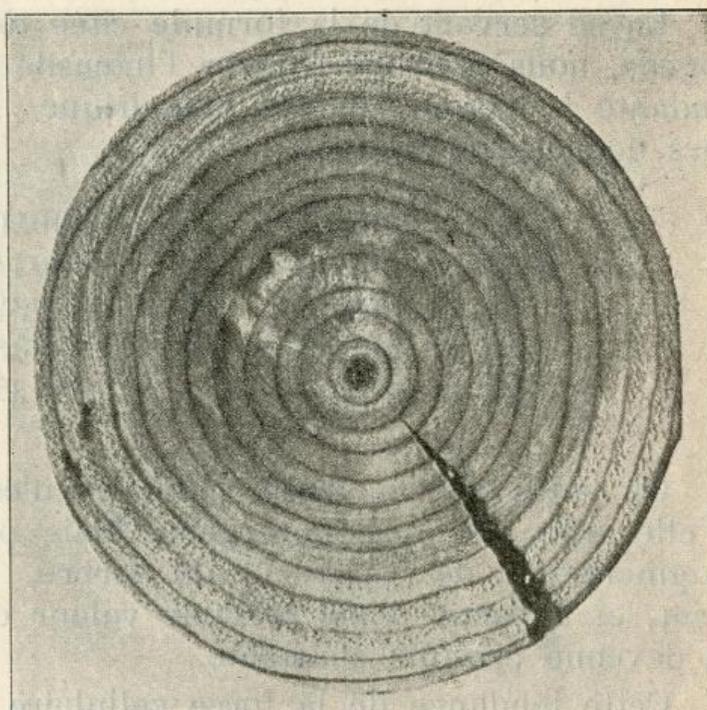
(Fig 54a.)

Les figures 54 et 54a, nous montrent la reproduction d'une photographie prise d'une section perpendiculaire à l'axe d'un radis. Ce sont surtout les lignes

de force qui sont visibles. L'identité de ces lignes de force cellulaires avec celles obtenues à l'aide de limailles de fer d'un pôle magnétique (fig. 15 et 16) est surtout frappante. La fig. 55, donne, sur une coupe transversale d'un sapin la marche des surfaces équipotentiels, seules visibles dans ce cas.

Champ cellulaire homogène. — Un champ soit magnétique soit électrique se forme dans toute son étendue au moment même où apparaît la force agissante. Un courant électrique sur son passage crée son champ en ce même temps pendant lequel il circule. Il est évident, que les parties soumises à l'action de ces forces agissantes, se rangeront pour former par exemple un champ homogène si d'autres causes étrangères ne dérangent pas cet état de chose.

On ne peut pas dire la même chose pour un champ cellulaire. Ce champ ne se forme pas d'un seul coup. Au contraire, la formation d'un champ cellulaire dure très longtemps, plusieurs semaines et mois, et le plus souvent plusieurs années. Dans un arbre par exemple, il se forme chaque année une seule surface équipotentielle et si nous trouvons sur une section dix ou vingt de ces surfaces, nous sommes certains que la formation de ce champ a duré dix ou vingt ans. Or, pour qu'un champ de cette nature soit homogène, il faut que la force ou le courant, sous l'action duquel le champ se forme, soit constant. Cela veut dire, que chaque année, la section comprise entre deux anneaux considérés est la même. Car nous avons vu que pour un champ homogène doit exister l'équation suivante :



(Fig. 55.)

$$H (\pi \rho_n^2 - \pi \rho_{n-x}^2) = 1.$$

Il va sans dire, que, vu les fluctuations de la température, de l'humidité, de l'éclairage et d'autres conditions climatiques dont dépend la croissance d'une plante ou d'un arbre, on ne peut pas s'attendre à voir circuler dans un arbre pendant toute son existence un courant constant, qui pourrait former un champ homogène. Pour cette raison en examinant une coupe de cylindres équipotentiels d'un arbre, nous verrons que ces cylindres se succéderont concentriquement, mais le rapport de leur dia-

mètre dans la plupart des cas, ne sera pas proportionnel à la racine carrée de leur numéro d'ordre.

Pour avoir une idée de la succession des surfaces cylindriques dans un champ cellulaire, nous prendrons au hasard, dans un grand nombre d'observation l'exemple suivant. Sur une section normale à l'axe d'un sapin d'une trentaine d'années nous avons mesuré les diamètres des cercles concentriques et nous avons trouvé :

| | | |
|-----------------------|-------------------------|---------------------------|
| $d_1 = 7^{\text{mm}}$ | $d_6 = 39^{\text{mm}}$ | $d_{11} = 69^{\text{mm}}$ |
| $d_2 = 13 \text{ »}$ | $d_7 = 45 \text{ »}$ | $d_{12} = 74 \text{ »}$ |
| $d_3 = 19 \text{ »}$ | $d_8 = 51 \text{ »}$ | $d_{13} = 80 \text{ »}$ |
| $d_4 = 26 \text{ »}$ | $d_9 = 57 \text{ »}$ | $d_{14} = 85 \text{ »}$ |
| $d_5 = 33 \text{ »}$ | $d_{10} = 63 \text{ »}$ | $d_{15} = 90 \text{ »}$ |

En se servant de la formule citée tout à l'heure pour un champ homogène, nous pouvons trouver l'intensité de la force cellulaire, correspondante à chaque surface cylindrique. En effet, en substituant les valeurs données on trouve :

| | | |
|----------------|-------------------|-------------------|
| $H_1 = 0.0263$ | $H_6 = 0.0050$ | $H_{11} = 0.0029$ |
| $H_2 = 0.0150$ | $H_7 = 0.0044$ | $H_{12} = 9.0028$ |
| $H_3 = 0.0106$ | $H_8 = 0.0039$ | $H_{13} = 0.0026$ |
| $H_4 = 0.0076$ | $H_9 = 0.0035$ | $H_{14} = 0.0025$ |
| $H_5 = 0.0058$ | $H_{10} = 0.0032$ | $H_{15} = 0.0025$ |

On voit, que la force cellulaire n'est pas constante, que le champ qu'elle crée n'est pas homogène. Mais on voit en même temps qu'avec l'augmentation de l'épaisseur de l'arbre, les variations de la force diminuent, et à partir d'une certaine valeur on peut considérer que la force est devenue presque constante.

Cette tendance de la force cellulaire à devenir constante et à créer un champ homogène est encore mieux visible sur une plus grande série de cylindres concentriques. Nous exposons ici les valeurs des soixante diamètres des cylindres concentriques, observés et mesurés sur une section normale d'un sapin. Voici ces valeurs :

| | | |
|-----------------------|--------------------------|----------------------------|
| $d_1 = 6^{\text{mm}}$ | $d_9 = 60^{\text{mm}}$ | $d_{25} = 167^{\text{mm}}$ |
| $d_2 = 11 \text{ »}$ | $d_{10} = 67 \text{ »}$ | $d_{30} = 198 \text{ »}$ |
| $d_3 = 18 \text{ »}$ | $d_{11} = 73 \text{ »}$ | $d_{35} = 226 \text{ »}$ |
| $d_4 = 25 \text{ »}$ | $d_{12} = 80 \text{ »}$ | $d_{40} = 246 \text{ »}$ |
| $d_5 = 32 \text{ »}$ | $d_{13} = 85 \text{ »}$ | $d_{45} = 261 \text{ »}$ |
| $d_6 = 39 \text{ »}$ | $d_{14} = 91 \text{ »}$ | $d_{50} = 275 \text{ »}$ |
| $d_7 = 46 \text{ »}$ | $d_{15} = 97 \text{ »}$ | $d_{55} = 288 \text{ »}$ |
| $d_8 = 53 \text{ »}$ | $d_{20} = 130 \text{ »}$ | $d_{60} = 300 \text{ »}$ |

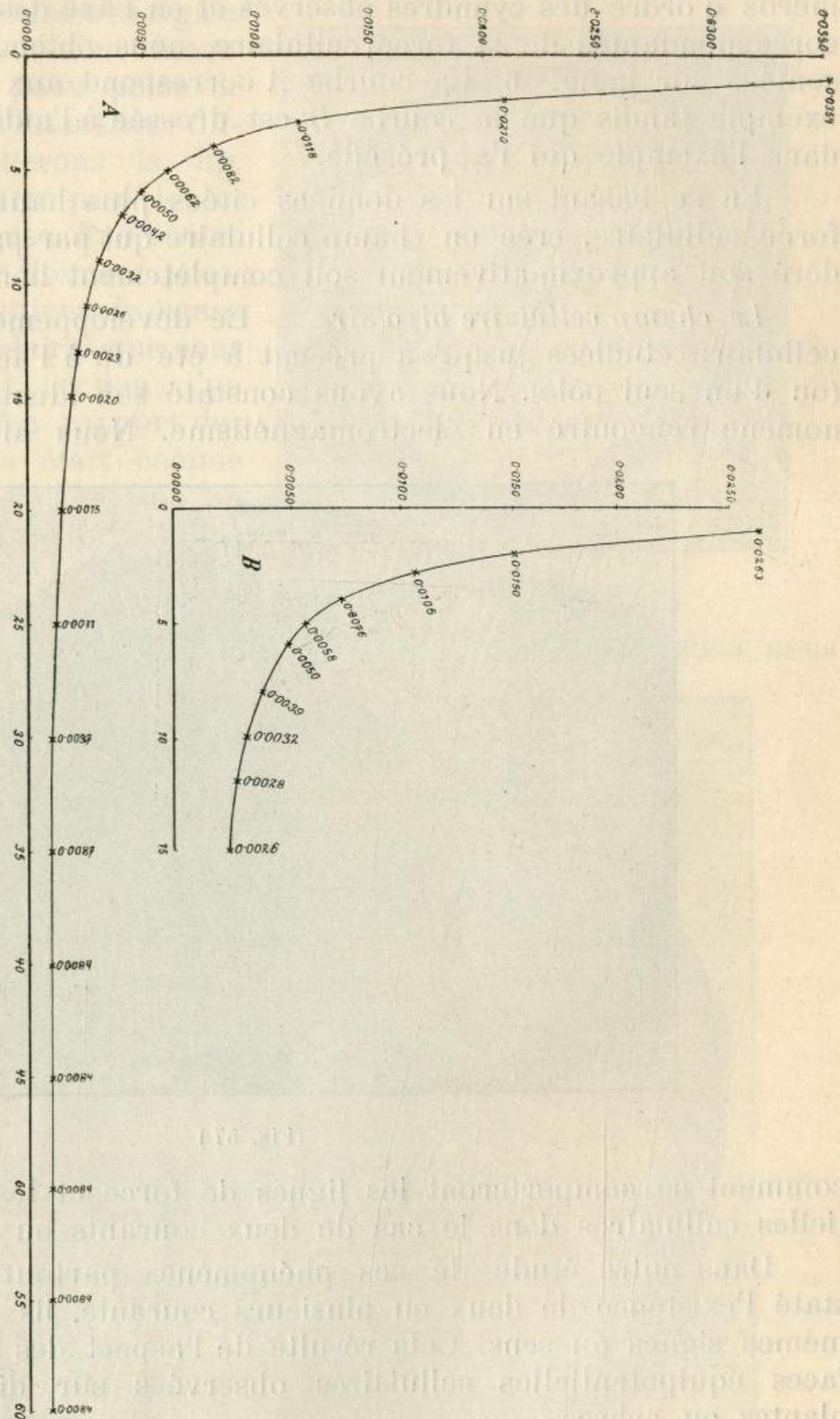
Les valeurs de la force cellulaire résultantes de ces nombres sont les suivantes :

- $H_1 = 0.0354$
- $H_2 = 0.0210$
- $H_3 = 0.0118$
- $H_4 = 0.0082$
- $H_5 = 0.0062$
- $H_6 = 0.0050$
- $H_7 = 0.0042$
- $H_8 = 0.0036$
- $H_9 = 0.0032$
- $H_{10} = 0.0028$
- $H_{11} = 0.0026$
- $H_{12} = 0.0024$
- $H_{13} = 0.0023$
- $H_{14} = 0.0021$
- $H_{15} = 0.0020$
- $H_{20} = 0.0015$
- $H_{25} = 0.0011$
- $H_{30} = 0.00097$
- $H_{35} = 0.00087$
- $H_{40} = 0.00084$
- $H_{45} = 0.00084$
- $H_{50} = 0.00084$
- $H_{55} = 0.00084$
- $H_{60} = 0.00084$

En discutant ces chiffres on voit, que la force cellulaire sensiblement forte au commencement diminue et qu'après la vingtième année elle peut être considérée approximativement comme constante. Cette constance est complète pour les vingt dernières années. Ce fait s'explique facilement

par les raisonnements suivants. Avec l'augmentation de l'épaisseur de l'arbre augmentent le nombre et l'épaisseur de ses branches et de ses racines qui régularisent la variation de la force dans le tronc d'arbre.

Pour avoir une image plus nette de la variation de la force cellulaire, nous allons représenter les mêmes données graphiquement, et construire

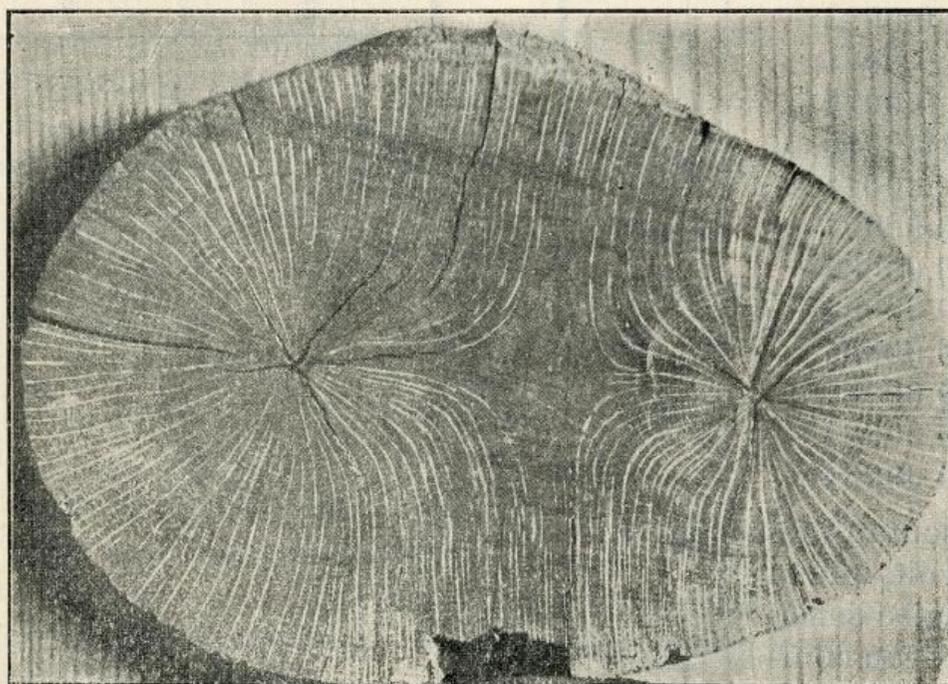


(Fig. 56.)

la *courbe de la force cellulaire*. En portant sur l'axe des abscisses les numéros d'ordre des cylindres observés et en l'axe des ordonnées les valeurs correspondantes de la force cellulaire, nous obtenons les courbes représentées sur la fig. 56. La courbe A correspond aux valeurs du deuxième exemple tandis que la courbe B est dressée à l'aide des valeurs exposées dans l'exemple qui l'a précédé.

En se basant sur les données citées plus haut, on peut dire, que la force cellulaire, crée un champ cellulaire qui par parties peut être considéré soit approximativement soit complètement homogène.

Le champ cellulaire bipolaire. — Le développement des lignes de force cellulaire étudiées jusqu' à présent à été dû à l'action d'un seul courant (ou d'un seul pôle). Nous avons constaté son identité avec le même phénomène rencontré en électromagnétisme. Nous allons voir maintenant



(Fig. 57.)

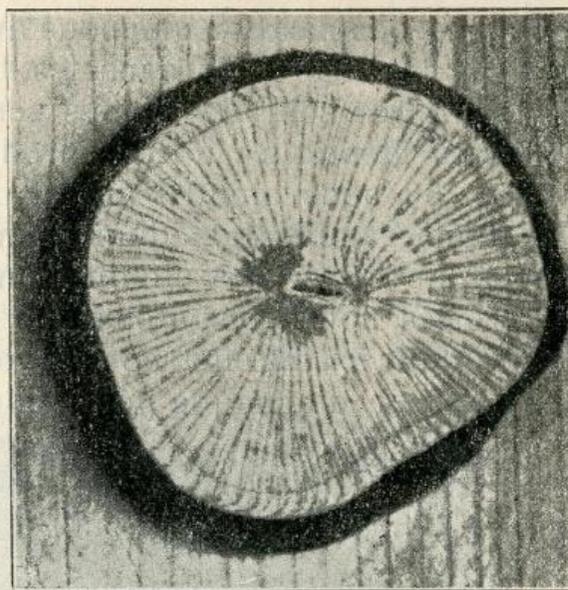
comment se comporteront les lignes de force et les surfaces équipotentielles cellulaires dans le cas de deux courants ou de deux pôles.

Dans notre étude de ces phénomènes partout où nous avons constaté l'existence de deux ou plusieurs courants, ils ont été en général de mêmes signes ou sens. Cela résulte de l'aspect des lignes de force et surfaces équipotentielles cellulaires observées sur différentes sections des plantes ou arbres.

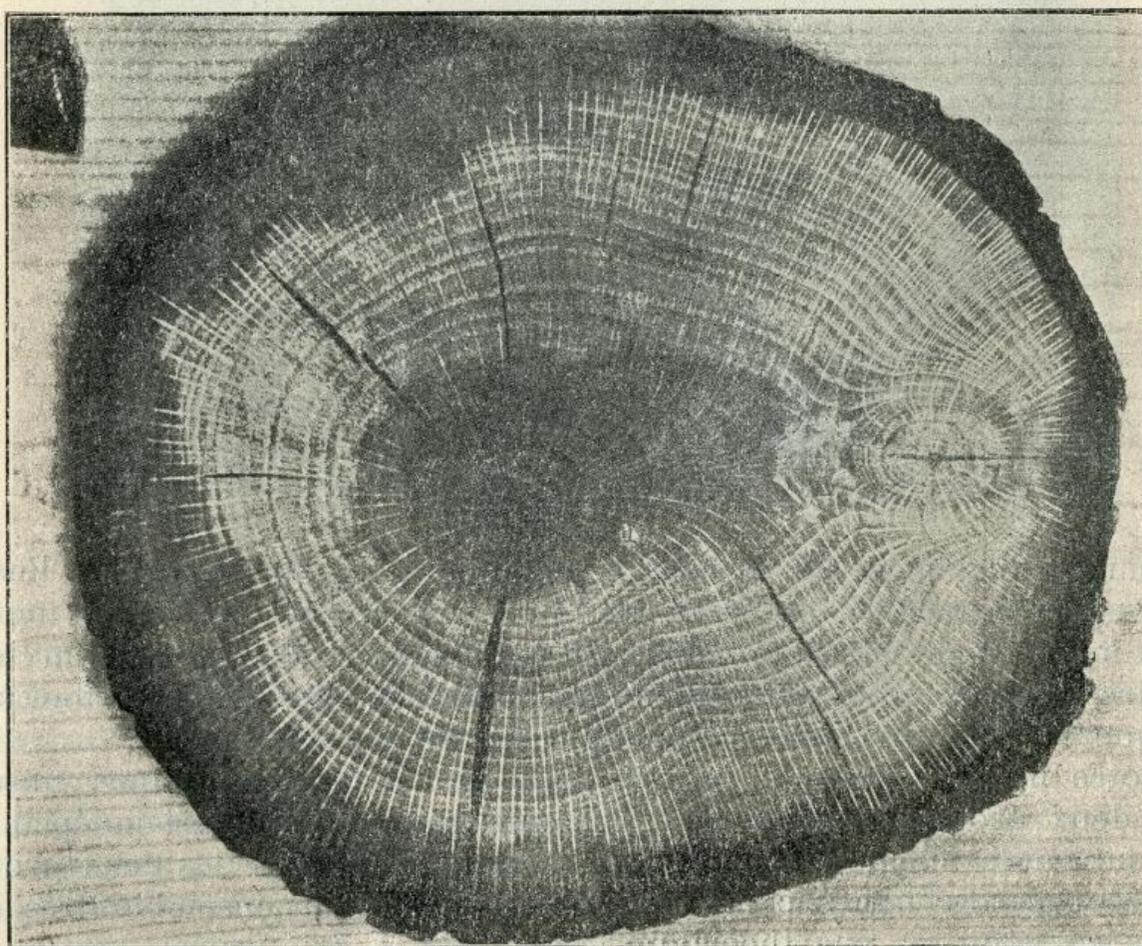
Nous savons que l'aspect de ces lignes et surfaces observées en électromagnétisme change selon que les deux pôles ou courants sont de mêmes intensité ou non. Dans le premier cas les lignes se repoussent avec la même force de chaque pôle, et prennent une marche symétrique par rapport à la ligne moyenne (v. les figures 21, 34). Notre figure 57 nous donne la

même disposition de lignes de force cellulaire de deux pôles ou de deux courants évidemment de mêmes signes trouvée sur une section d'un chêne.

Pour le cas de deux pôles de mêmes noms mais d'intensités différentes nous rappellerons la fig. 35, dressée théoriquement pour le cas de deux pôles électriques. Par contre nos figures 58 et 59 donnent presque les mêmes dispositions de lignes de force cellulaires bipolaires que nous avons trouvé sur une section d'un radis et d'un chêne. Le rapport des deux pôles électriques était comme nous le savons 1 : 4; l'inclinaison un peu moindre des lignes de force cellulaires nous indique que la différence de l'intensité de ces deux pôles n'est pas aussi grande. Laissant pourtant de côté les valeurs numériques, nous



(Fig. 58.)

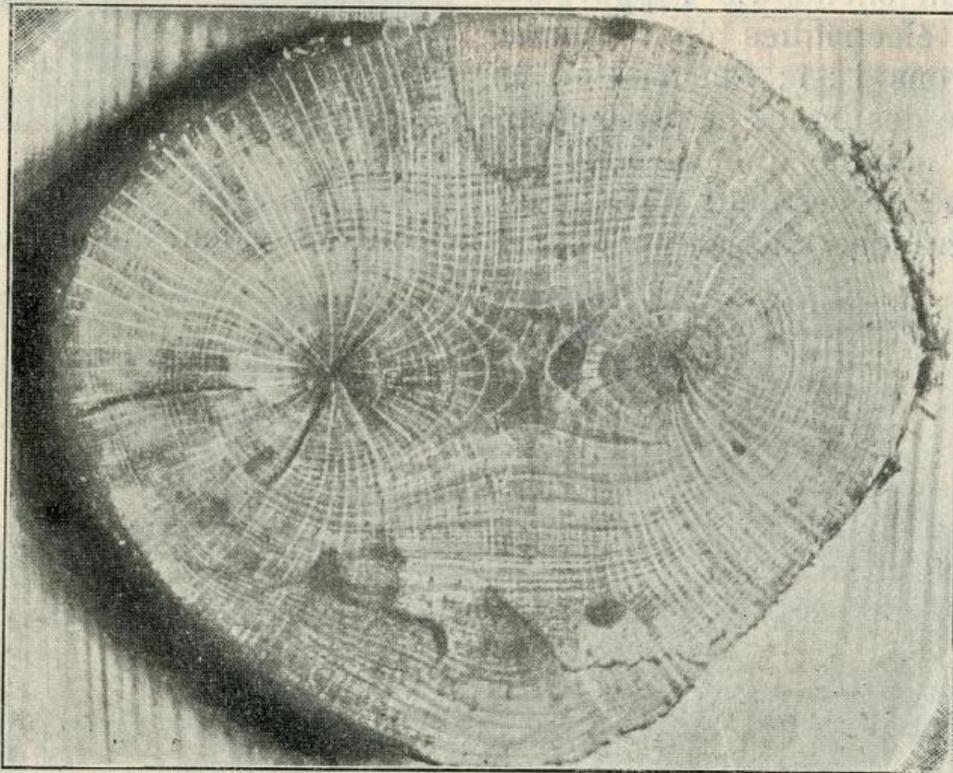


(Fig. 59.)

assistons à une manifestation vraiment surprenante d'identité des forces

cellulaires dans une plante et des forces électromagnétiques dans un champ correspondant.

D'après l'explication que nous avons donnée pour la bifurcation des courants dans les arbres et dans les branches, nous avons vu, que les courants cellulaires sont de mêmes sens et par conséquent doivent produire des champs identiques à ceux produits par un courant électrique bifurqué. Notre fig. 60 nous montre un tel champ observé quelques centimètres au dessus d'une ramification d'un chêne. En observant cette figure, et en se souvenant de ce qu'il a été dit d'un champ formé par deux courants rectilignes croisés, nous constatons que tous les détails décrits à cette occasion sont reproduits ici. En effet, nous voyons les surfaces équipotentiellles d'abord fermées autour de chaque pôle; elles passent ensuite par des lemniscates



(Fig. 60.)

et prennent finalement les formes du contour extérieur de l'arbre. Ensuite nous voyons les lignes de force très bien développées traversant normalement les surfaces équipotentiellles. En un mot, nous observons ici un champ bipolaire complet, un champ dessiné par la nature elle-même et tout à fait identique au champ électromagnétique dressé théoriquement.

Notre fig. 61. présente un cas analogue et plus compliqué. Ici nous avons deux groupes à deux pôles, chaque groupe développé indépendamment, suivant les mêmes lois que tout à l'heure; à la fin, les deux groupes sont entourés de lignes communes faisant ainsi un ensemble très intéressant au point de vue théorique.

Perturbation des champs cellulaires. --- Comme tous les autres champs, de même un champ cellulaire peut être dérangé de différentes manières

Dans chaque arbre il y a beaucoup de causes qui dérangent la marche parallèle des lignes équipotentiellles et les forcent d'une façon ou d'une autre tantôt à se condenser tantôt à se disperser. Quoiqu' il paraisse à première vue, que ces dérangements ou ces perturbations soient dus au hasard et qu'ils se fassent sans aucune règle, nous pouvons dire dès maintenant que ces perturbations suivent les mêmes lois que nous avons trouvées pour les champs électriques et magnétiques.

La cause principale de perturbations des champs cellulaires sont les noeuds. Il a été dit tout à l'heure que chaque noeud jouant le rôle de la racine d'une branche, et étant la source d'un courant secondaire peut être comparé à un courant, à un pôle ou à une masse magnétique ou



(Fig. 61.)

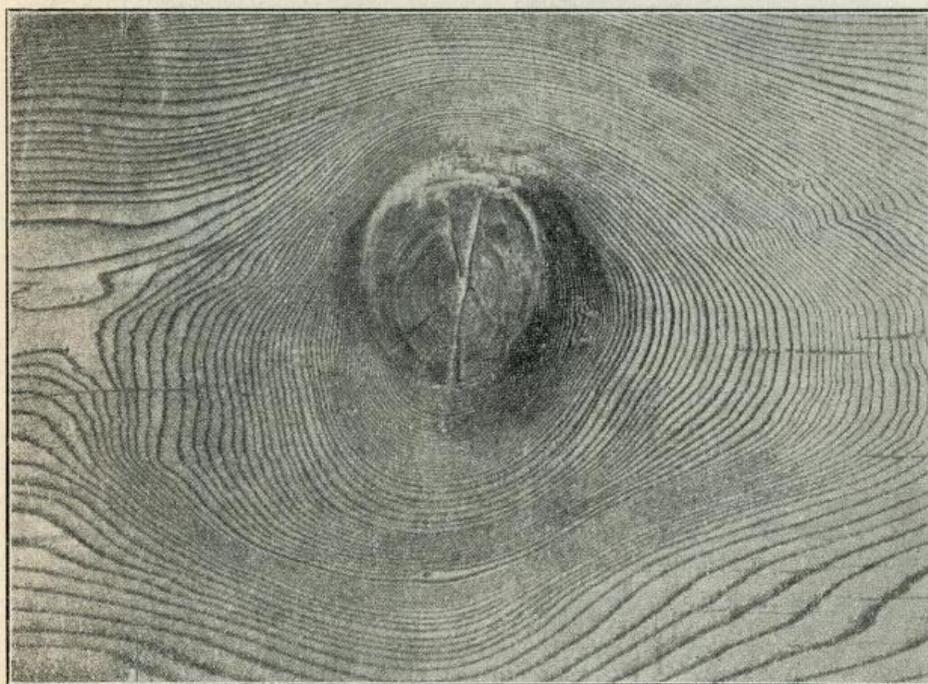
électrique placée dans le champ. Si les choses se passent ainsi, nous devons retrouver dans les perturbations des champs cellulaires par les noeuds, les mêmes phénomènes que nous avons déjà trouvés et étudiés dans les perturbations des champs magnétiques ou électriques produites par les masses correspondantes.

En examinant la coupe normale d'un noeud, on voit, une série d'anneaux concentriques qui ne sont autres choses que les sections des cylindres de mêmes potentiels entourant l'axe du noeud. Cela indique, que le noeud représente un courant spécial, qui a son champ spécial et qui agira sur les lignes de force et les surfaces équipotentiellles du champ dans lequel il se trouve. Cette action pourtant n'est pas trop variée et peut être résumée en ces termes:

Un noeud, qui se trouve dans un champ cellulaire, absorbe certaines lignes de force et les surfaces équipotentielles de ce champ qui tendent à le traverser et qui sont dans son voisinage tandis que certaines autres forces (jusqu' à une certaine distance) de suivre le cours de ses propres lignes et surfaces.

En se basant sur les faits déjà étudiés dans les champs précédents, on pourrait généraliser cette règle pour tous les centres de perturbations, se trouvant dans champ magnétique, électrique ou autre.

Nous avons vu, comment un morceau de fer se trouvant dans un champ magnétique et devenant par cela même une masse magnétique (par induction) absorbe les lignes de force (voyez la fig. 13.). La même chose est produite par un cylindre de fer placé dans un champ magnétique ho-



(Fig. 62.)

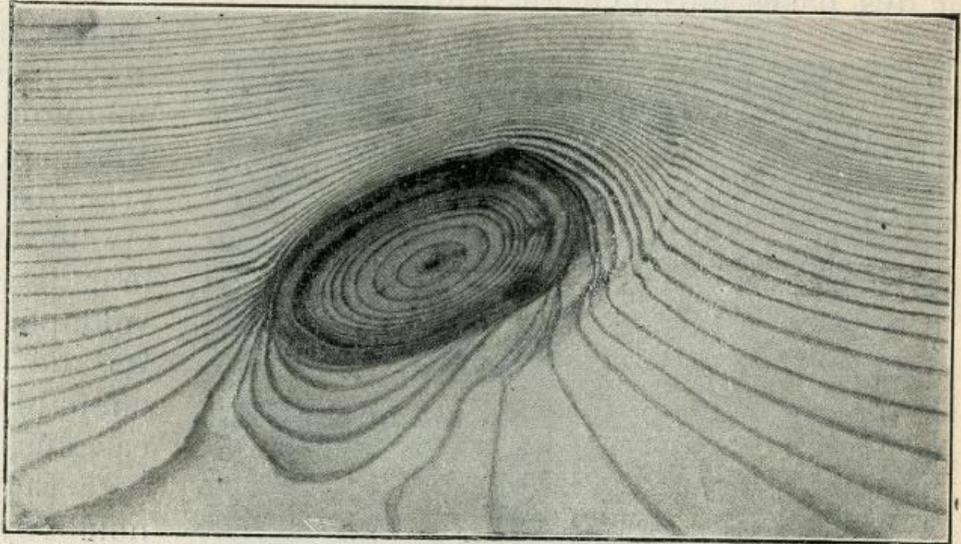
mogène (v. la fig. 14). La fig. 45 nous a montré la perturbation du champ, produite par un pôle ou courant électrique se trouvant dans un champ de même nom. Nous voyons partout un certain nombre de lignes absorbées, entrées dans la masse agissante même; d'autres lignes suivent le contour de cette masse et s' approprient jusqu' à une certaine di-

stance à la direction donnée par ses propres lignes.

Voyons maintenant, comment se passent les choses dans les champs cellulaires. La fig. 62 nous montre une perturbation, très forte, produite par un noeud dans un champ cellulaire. On voit que l'action du noeud sur les lignes du champ est tellement grande, que les lignes du champ ont été forcées d'abandonner complètement leur cours normal et de se fermer autour du noeud sur une distance égale à quatre ou cinq fois le diamètre du noeud. La fig. 63 nous présente un autre cas de perturbation produite par un noeud. On y voit distinctement le cours des lignes du noeud ainsi que la tendance du parcours des lignes du champ. A partir d'un certain endroit les lignes du champ se perdent dans celles du noeud; elles y sont absorbées, les autres lignes du champ suivent la marche des lignes du noeud et se serrent autour de lui en faisant un détour plus ou moins grand. Par la grandeur de ce détour on peut, du reste, juger sur l'intensité de

la force perturbatrice du noeud. Les fig. 64 et 65 nous montrent des perturbations lesquelles par leurs aspects rappellent l'identité presque complète avec une perturbation analogue, produite dans un champ électromagnétique et représentée théoriquement dans la figure 45. Enfin la fig. 66. nous présente un cas de perturbation analogue à celui observé dans un champ, magnétique et produite par une barre de fer (voyez la fig. 13.).

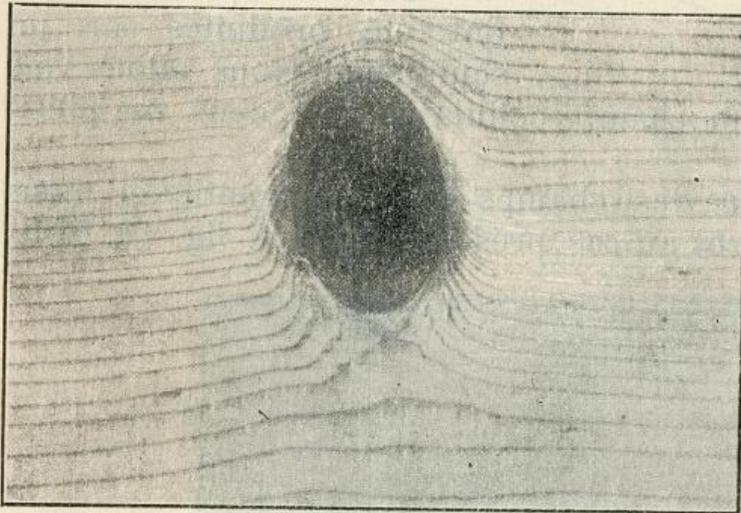
Nous voyons encore dans la fig. 66, que les lignes de force sont accom-



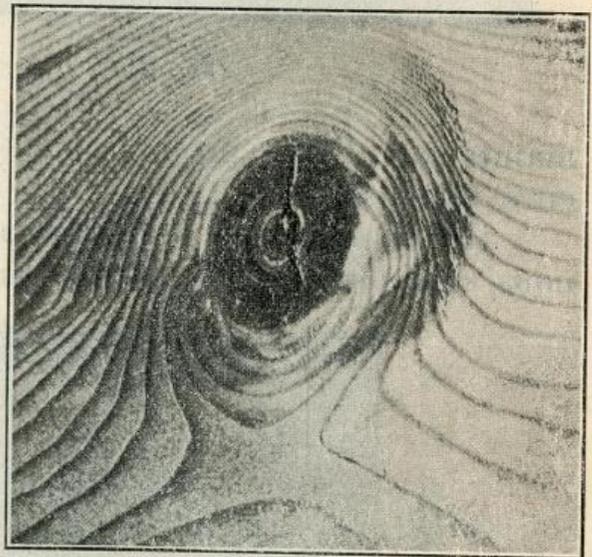
(Fig. 63.)

pagées de fentes qui suivent sensiblement leur direction. On peut en conclure que: *quand un bout de bois se fendille, les fentes suivent les lignes de force.*

Il est évident, que nous ne pouvons pas énumérer et montrer tous les cas intéressants qu'on rencontre dans les perturbations des champs



(Fig. 64.)

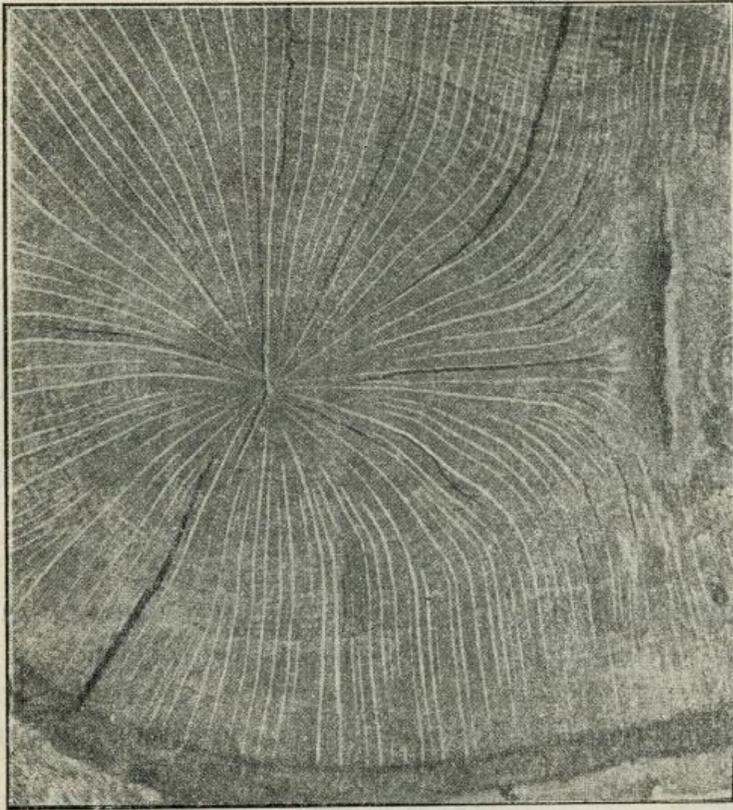


(Fig. 65.)

cellulaires par les noeuds qui y sont logés. Ce n'est, du reste, pas nécessaire, puisqu' il s'agit ici de montrer seulement l'analogie qui existe entre les actions des forces cellulaires inconnues jusqu' à présent et celles de l'électromagnétisme étudiées et décrites depuis longtemps.

Dans la fig. 44 nous avons vu un champ homogène et dans l'axe M N de ce champ placé un pôle P. La figure nous montre, comment ce

pôle a détourné un certain nombre de lignes (en pointillé) de leur marche primitive et les a forcées de tomber en lui-même en faisant un détour plus ou moins grand. Remarquons encore, que cette figure a été dressée sur des bases purement théoriques par M. H. Ebert,¹⁾ comme exemple d'une



(Fig. 66.)

maintenant l'effet produit dans un champ cellulaire par deux ou plusieurs noeuds.

En étudiant les perturbations des champs électromagnétiques nous nous sommes arrêtés, entre autres au cas présenté dans la fig. 46. Nous



(Fig. 67.)

avons vu comment les surfaces équipotentielles du champ ont été dérangées et pliées autour des deux pôles ou courants. Par contre sur la

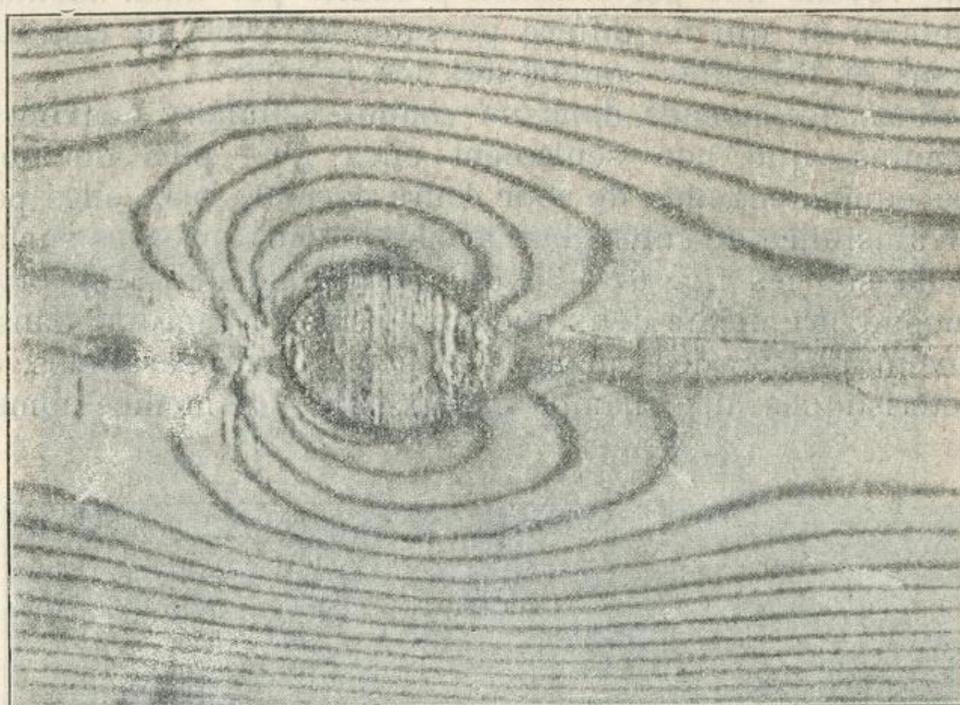
¹⁾ H. Ebert. — Magnetische Kraftfelder I.

²⁾ Loc. cit.

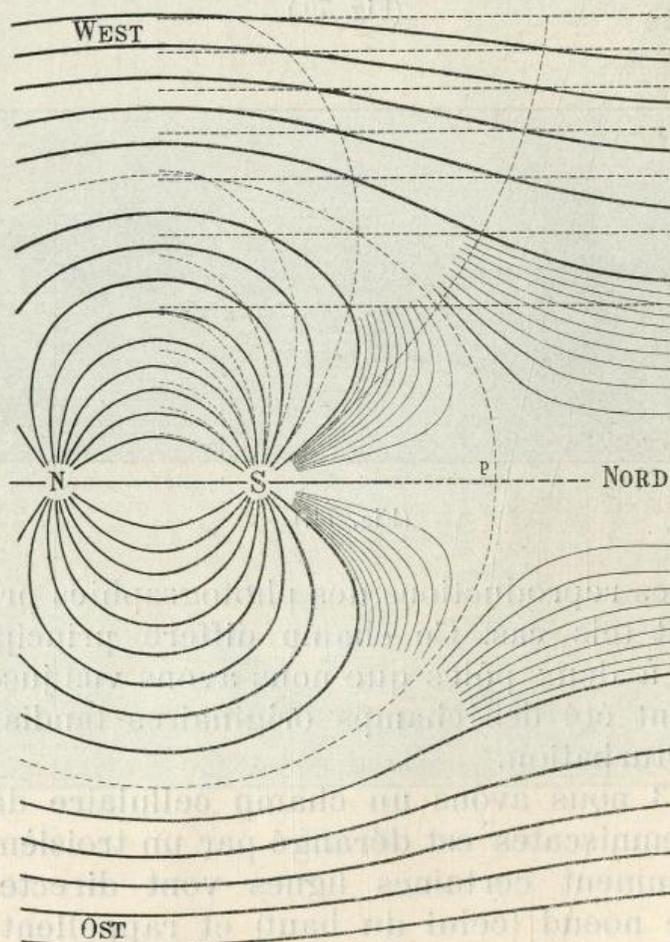
perturbation de ce genre. La fig. 67 nous montre un cas analogue rencontré dans un champ cellulaire qui, il est vrai, n'a pas une régularité et une symétrie théorique, mais il est suffisamment développé pour prouver une fois de plus, l'analogie des effets produits dans les deux cas aussi différents.

Enfin dans la fig. 68 nous voyons une action semblable qui rappelle l'effet produit par un cylindre magnétisé transversalement dans un champ homogène. L'aspect de ce champ magnétique d'après Maxwell²⁾ présente la fig. 69.

Toutes ces perturbations ont été produites par un seul noeud. Nous allons voir



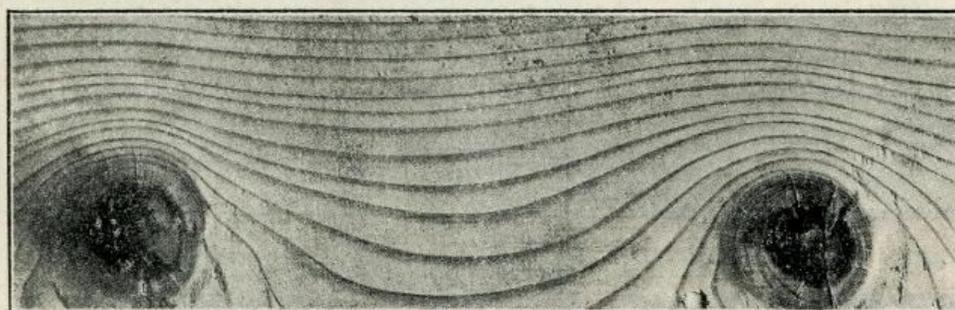
(Fig. 68.)



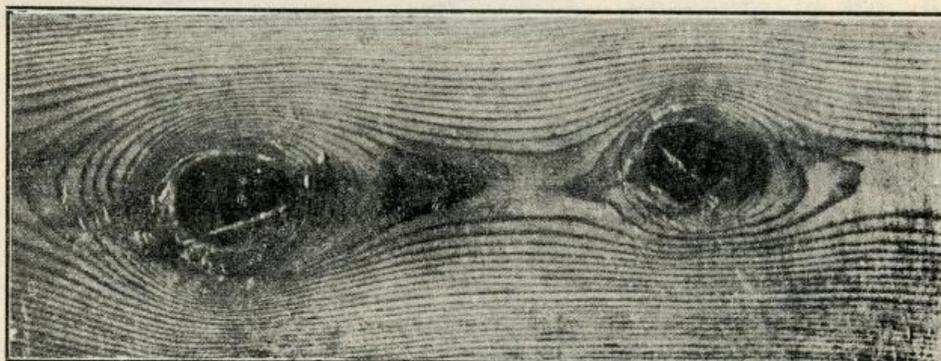
(Fig. 69.)

fig. 70 nous voyons une perturbation produite par deux noeuds dans un champ cellulaire et qui ne diffère presque en rien de celui-là. Encore ici les actions et les effets sont restés les mêmes.

Les actions des noeuds dans un champ cellulaire peuvent être tellement puissantes, que non seulement elles font plus ou moins dévier les surfaces équipotentielles de leur cours normal, mais elles peuvent les forcer pour ainsi dire de suivre la marche de leurs propres surfaces. Nous avons vu cela sur les fig. 62—65 qui nous donnent de si fortes actions d'un seul noeud. De même deux noeuds voisins se trouvant dans un même champ peuvent former des surfaces plus ou moins parallèles, de lemniscates caractéristiques aux champs à deux pôles de mêmes noms. Nos fig.



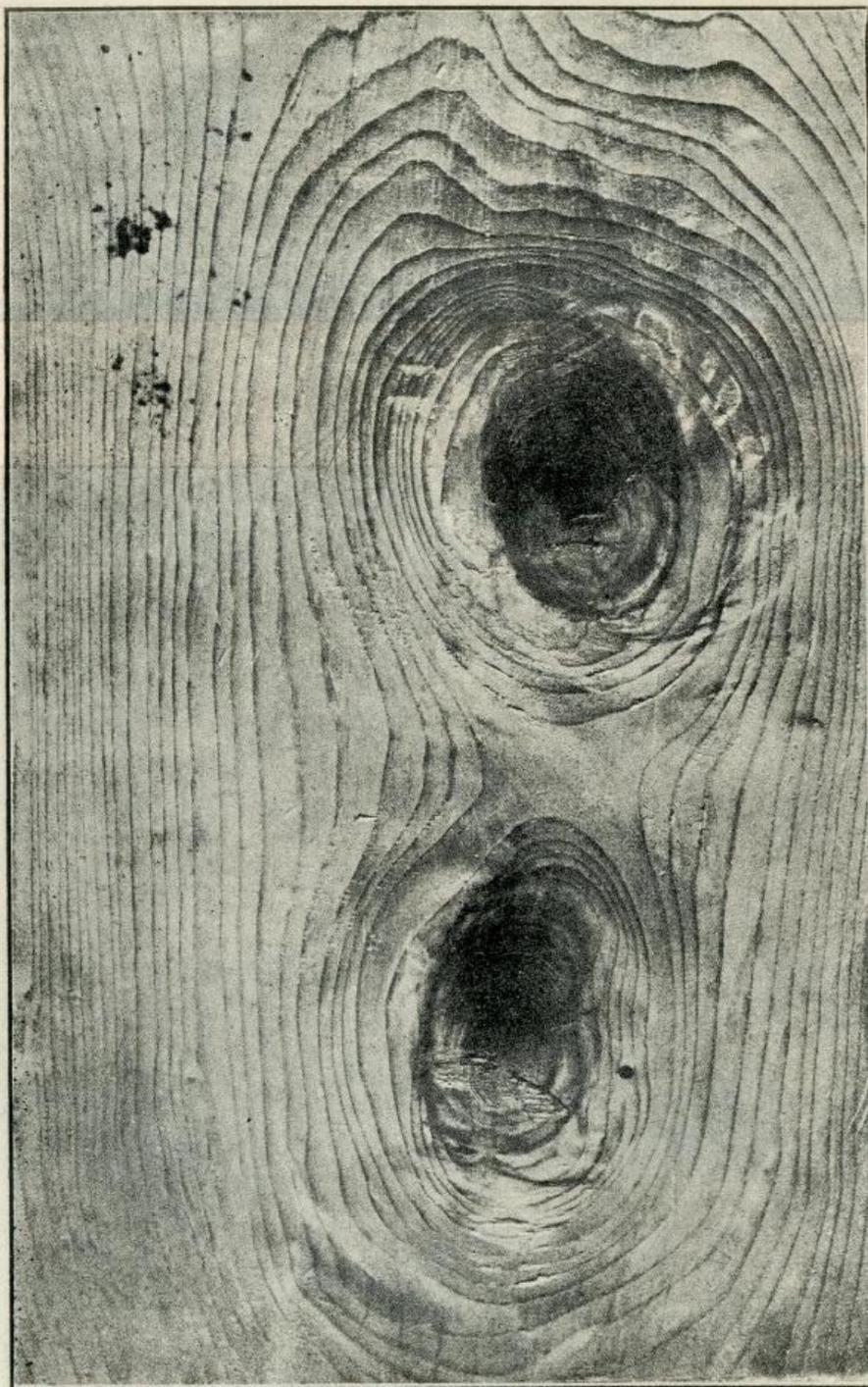
(Fig. 70.)



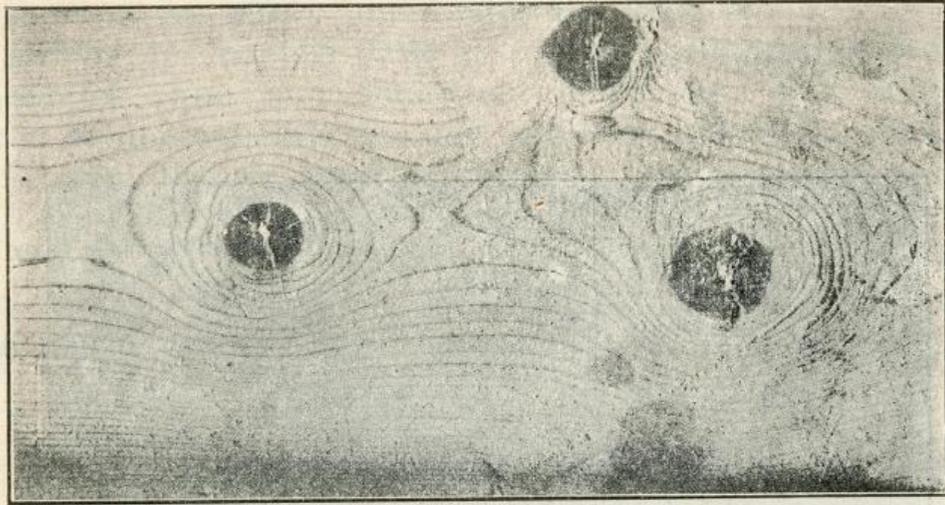
(Fig. 71.)

71 et 72 qui sont des reproductions des photographies prises des planches de sapin présentent tels cas. Ce champ diffère principalement de tous les autres champs à deux pôles que nous avons vus jusqu'à présent; car tous ces champs ont été des champs originaires tandis que ceux-ci sont des champs de perturbation.

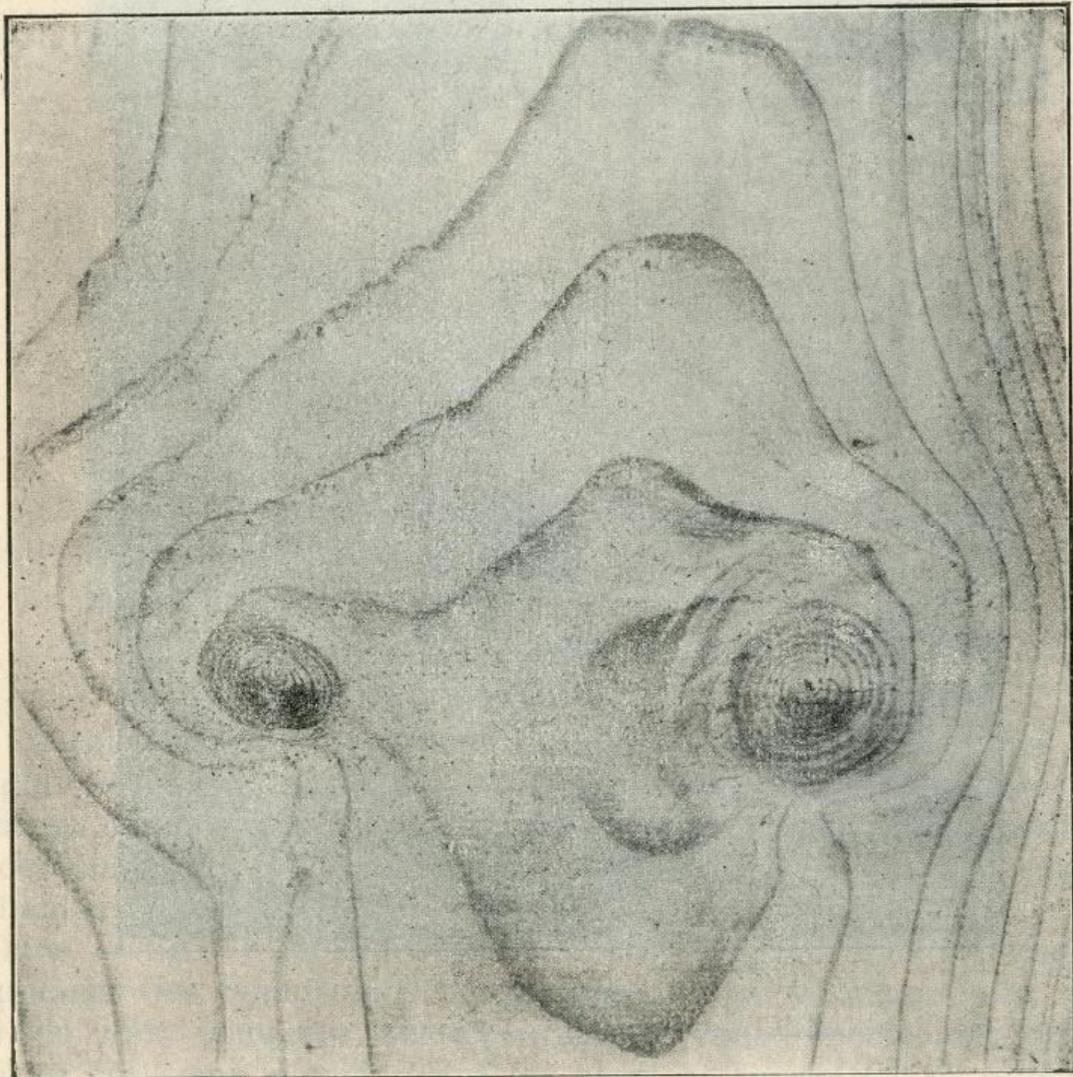
Dans la fig. 73 nous avons un champ cellulaire dans lequel, le développement des lemniscates est dérangé par un troisième pôle. En même temps on voit comment certaines lignes vont directement du premier (droit) au troisième noeud (celui du haut) et rappellent en quelque sorte les lignes de force entre les deux pôles de noms contraires. On rencontre



(Fig. 72.)



(Fig. 73.)



(Fig. 74.)

assez souvent entre deux noeuds (surtout quand ils sont à la même hauteur de l'arbre) une marche semblable des lignes, comme le prouve du reste la fig. 74. Si un noeud était seul, il aurait forcé certaines surfaces équipotentiellles de passer autour de lui: l'autre noeud, tout près de lui, et sensiblement à la même hauteur fait la même chose avec d'autres surfaces. Ces surfaces se rencontrent et s'unissent en formant des surfaces (respectivement des lignes) qui entourent les deux noeuds en même temps, ou qui, sortant de l'un, aboutissent dans l'autre noeud.

VII. le champ planétaire

On a vu que les surfaces équipotentiellles des deux noeuds se rencontrent et s'unissent en formant des surfaces (respectivement des lignes) qui entourent les deux noeuds en même temps, ou qui, sortant de l'un, aboutissent dans l'autre noeud.

Il s'agit de trouver quel est le potentiel des différentes planètes exprimé en volt. L'unité électrostatique de potentiel, étant égale à 300 volts, nous arrivons alors approximativement aux chiffres suivants:

| | |
|------------------|-----|
| Mercure | 750 |
| Venus | 400 |
| La Terre | 300 |
| Mars | 200 |
| Petites Planètes | 100 |
| Jupiter | 80 |
| Saturne | 50 |
| Uranus | 15 |
| Neptune | 10 |

VII. Le champ planétaire

Nous allons supposer d'abord, que les orbites des planètes de notre système solaire sont circulaires et que le Soleil occupe leur centre commun. Tout le système planétaire serait alors un champ unipolaire dans lequel les orbites des planètes seront des lignes équipotentielles. Les rayons vecteurs sont des lignes de force de ce champ.

Cela posé, cherchons quelle est la disposition des planètes au point de vue potentiel. En d'autres termes, les distances moyennes des planètes étant connues, à quel potentiel correspondent les orbites des différentes planètes ?

Nous supposerons qu'une unité électrostatique d'électricité se trouve dans le Soleil. Les distances moyennes des planètes au Soleil sont :

| | |
|----------------------------|---------------|
| Mercure | 0·4 (0·387) |
| Vénus | 0·7 (0·723) |
| La Terre | 1·0 (1·000) |
| Mars | 1·5 (1·524) |
| Petites Planètes | 3·0 |
| Jupiter | 5·0 (5·203) |
| Saturne | 9·5 (9·539) |
| Uranus | 19·0 (19·183) |
| Neptune | 30·0 (30·055) |

Il s'agit de trouver quel est le potentiel des différentes planètes, exprimé en volt, l'unité électrostatique du potentiel, étant égale à 300 volts. Nous arrivons alors approximativement aux chiffres suivants :

| | |
|----------------------------|-----------|
| Mercure | 750 volts |
| Vénus | 400 » |
| La Terre | 300 » |
| Mars | 200 » |
| Petites Planètes | 100 » |
| Jupiter | 60 » |
| Saturne | 30 » |
| Uranus | 15 » |
| Neptune | 10 » |

Ces chiffres nous indiquent que la distribution des planètes n'est pas uniforme au point de vue du potentiel. Entre Vénus, la Terre, Mars et les Petites Planètes la différence du potentiel est constante et égale à 100 volts. Si l'on peut dire que le potentiel de Jupiter est seulement approximativement égal à la moitié de celui des Petites planètes, le potentiel de Saturne est exactement la moitié de celui de Jupiter ainsi que celui d'Uranus par rapport à Saturne. Pour Neptune nous devons très approximativement dire que son potentiel est aussi égal à la moitié de celui d'Uranus. Quant à Mercure son potentiel est approximativement deux fois plus grand que celui de Vénus.

En définitive, nous pouvons diviser les chutes de potentiel dans notre système planétaire en deux catégories distincts. La première catégorie est composée de trois chutes de potentiel constantes *arithmétiques* (Vénus - La Terre - Mars - Petites Planètes), la seconde au contraire, par cinq chutes de potentiel constantes et *géométriques* (Mercure - Vénus, Petites Planètes - Jupiter - Saturne - Uranus - Neptune). La chute du potentiel de la première catégorie est sensiblement régulière; il est possible, que la chute du potentiel de la seconde catégorie a été au commencement aussi régulière et qu'elle s'est un peu dérangée par des perturbations soit extérieures (comètes) soit mutuelles.

Puisque les orbites des planètes correspondent à des lignes équipotentielles d'un champ à deux pôles de mêmes noms, ne pourrait-on pas supposer que l'orbite de Mercure, étant trop près du Soleil n'est pas elliptique mais plus tôt une lemniscate et par cela expliquer les irrégularités qu'on rencontre dans la marche de cette planète et qu'on attribue à une planète intra-mercurelle (Vulcain)?

Conclusions

En résumant toute la série des champs que nous venons d'observer et qui ne s'accordent pas seulement en général mais aussi dans les plus petits détails entre eux, on ne peut pas dire que tout cela est dû au pur hasard. Il est au contraire plus naturel de croire que, dans tous les cas, nous avons affaire à des phénomènes sinon tout à fait identiques, au moins à des phénomènes analogues, produits par des forces obéissant aux mêmes lois.

La loi des forces centrales a été, (comme il a été dit) pour la première fois constatée dans les attractions des planètes de notre système solaire. Cette loi formulée par Newton (1685) est connue sous son nom.

Quand vers la fin du XVIII^e siècle, les phénomènes électriques et magnétiques furent étudiés plus spécialement, le savant français Coulomb trouva, que cette même loi, qui porte maintenant son nom, est applicable à ces phénomènes.

Avec l'introduction de la notion du travail dans la science, on a trouvé que les forces centrales peuvent produire un travail positif ou négatif. Un point se trouvant dans un champ électrique par exemple, produit un travail en se déplaçant suivant une ligne de force entre deux surfaces de niveau. Ce travail est nul si le point, se déplaçant, reste toujours dans la même surface équipotentielle. De cette façon on a introduit, par l'action des forces centrales la notion des lignes de force et des surfaces équipotentielles en électricité et magnétisme.

Nous avons vu que, partout où deux ou plusieurs masses s'attirent ou se repoussent d'après la loi des forces centrales, nous avons affaire à un champ contenant des lignes de force et des surfaces équipotentielles, dont nous avons étudié les différentes formes ainsi que leurs natures. De même inversement, quand on trouve quelque part dans la nature, des lignes de force et des surfaces équipotentielles dessinées et toutes faites, on est autorisé à dire, qu'elle proviennent des forces centrales agissant d'après la loi de Newton ou de Coulomb. Nous ne savons pas par exemple, de quelle façon et d'après quelles lois agissent les cellules dans

les tissus organiques entre elles. Nous venons pourtant de voir, que des stries et des lignes que tout le monde connaît sur les sections de certaines plantes et bois, ne sont autre chose que les systèmes des lignes de forces et des surfaces équipotentiels dressées par la nature avec une aussi grande précision et exactitude que celles qu'on dessine théoriquement depuis longtemps dans la science électrique et magnétique. Il s'ensuit par conséquent que les actions intracellulaires dans les plantes suivent les lois des forces centrales.

En poursuivant l'étude des champs cellulaires, nous avons trouvé des lemniscates très bien développées même sur des coupes de certaines graines d'amidon. Il y a beaucoup de plantes où les cellules ne sont pas différenciées pour montrer les lignes de force et les surfaces équipotentiels. Mais nous savons pourtant que même en magnétisme nous ne voyons que les lignes de force et cela indirectement (à l'aide des limailles de fer); nous ne voyons pas les surfaces équipotentiels magnétiques, quoique leur marche nous soit très bien connue. De même il y a des plantes où les cellules sont différenciées seulement dans la direction des lignes de force (par exemple dans les radis) comme il y en a où cette différenciation n'est faite que suivant des surfaces équipotentiels (l'oignon, le bois de sapin, etc.) Enfin nous avons vu qu'il y a des plantes (le bois de chêne et autre) où l'on trouve les lignes et les surfaces dans le même champ, dessinées avec une étonnante exactitude par la nature et cela même pendant un très grand nombre d'années. Il s'ensuit que même dans les plantes où cette différenciation des cellules n'existe pas, ou qu'elle n'est pas suffisamment visible (par exemple dans le bois de tilleul) ces mêmes lois sont valables, car il est impossible d'admettre que les lois d'action cellulaire sont différentes pour différents groupes de plantes.

Il nous reste encore une question: les lois que nous avons trouvées valables pour les plantes sont-elles applicables aussi pour le règne animal? En d'autres termes: toute la nature organique est-elle réglée par de mêmes lois? — Personnellement, nous n'avons pas eu l'occasion d'observer directement les phénomènes caractéristiques que nous avons connus plus haut, dans les corps animaux, soit parce que la différenciation de ces tissus n'est pas suffisamment développée, soit parce que nous ne sommes pas assez instruit pour savoir les voir. En tout cas, nous pouvons seulement remarquer que les stries que tout le monde connaît sur l'ivoire et autres parties du corps animal nous donnent des signes que les cellules animales se rangent et se fixent suivant des lois déterminées. Les grandes analogies qui existent dans la vie des plantes et des animaux nous autorisent à croire que les cellules animales sont soumises aux lois identiques et que ces lois d'après ce qui a été déduit tout à l'heure sont identiques à celles qui règlent les phénomènes électriques et magnétiques ou d'après les lesquelles s'exécutent les mouvements des corps célestes.

De toutes ces considérations nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

